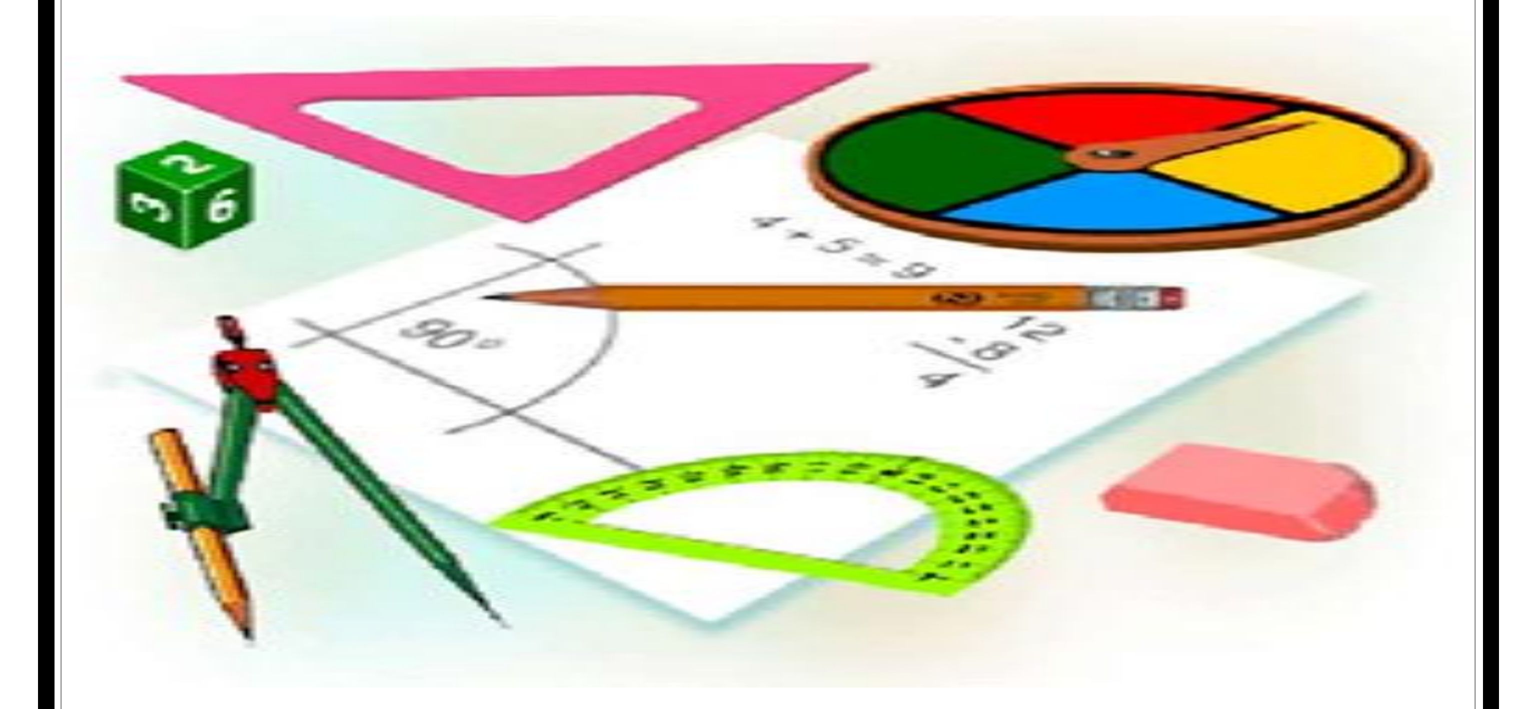


مذكرة الـــــــعـــــــــلا



الرياضيات للصف الاول الاعدادى

الفصل الدراسى الأول

Mr / Alaa Khalifa



العدد النسبى

مجموعة الأعداد النسبية (ن)

هو العدد الذي يمكن وضعه في صورة $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ بحيث المقام ≠ الصفر

فمثلاً : كل من الأعداد الآتية هى أعداد نسبية :

$\frac{2}{7}$ ، $\frac{-3}{4}$ ، $\frac{5}{2}$ ، $\frac{15}{5}$ ، $\frac{0}{2}$ ، $5\frac{1}{2}$

مجموعة الأعداد النسبية : ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠ }

ملاحظات :

** كل عدد صحيح هو عدد نسبى مقامه الواحد الصحيح

٣ = $\frac{3}{1}$ ، ٢- = $\frac{-2}{1}$ ، صفر = $\frac{\text{صفر}}{1}$

ن ، ص ، ط

** إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً فإن : ب ≠ صفر

مثال

إذا كان : $\frac{5}{س - 3}$ عدداً نسبياً فإن : س – ٣ ≠ صفر أى أن : س ≠ ٣

تدريب : أكمل ما يأتى :

(١) العدد $\frac{2}{س + 1}$ عدد نسبى إذا كان : س ≠ ....

(٢) العدد $\frac{س - 5}{س}$ عدد نسبى إذا كان : س ≠ ....

(٣) العدد $\frac{س - 5}{5 - س}$ عدد نسبى إذا كان : س ≠ ....

** إذا كان : العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ = صفر فإن : أ = صفر

مثال

إذا كان : $\frac{س - 5}{س - 1}$ = صفر فإن : س – ٥ = ٠ أى أن : س = ٥

تدريب : أكمل ما يأتى

(١) العدد النسبى $\frac{س}{س - 3}$ = صفر إذا كان : س = ...

(٢) العدد النسبى $\frac{س + 1}{س - 3}$ = صفر إذا كان : س = ...

**العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون :

موجبا أ×ب > صفر مثل $\frac{-2}{-5}$ ، $\frac{2}{7}$ (أ ، ب لهما نفس الاشارة)

سالبا أ×ب < صفر مثل $\frac{-3}{8}$ ، $\frac{7}{-9}$ (أ ، ب مختلفان في الاشارة)

الاشكال المختلفة للعدد النسبي

كتابة العدد النسبى على صورة عدد نسبى مساو له :

يمكن كتابة العدد النسبى على صورة عدد نسبى آخر مساو له و ذلك تبعاً للخاصية الآتية :
خاصية : العدد النسبى لا تتغير قيمته إذا ضرب حداه " فى " أو قسما " على " عدد لا يساوى الصفر

مثال

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٢} = \frac{٦}{٨}$ أى أن : $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨} = ٠٠٠٠٠$ اضرب في اي رقم تختاره

$\frac{٢٤}{٣٦} = \frac{٢٤ \div ٣}{٣٦ \div ٣} = \frac{٨}{١٢}$ أى أن : $\frac{٢٤}{٣٦} = \frac{٨}{١٢} = ٠٠٠٠٠$ اقسم علي اي عدد تختاره

كتابة العدد النسبى على صورة عدد عشرى منته :

لكتابة العدد النسبى على صورة عدد عشرى منته نجعل المقام ١٠ أو مضاعفاتها

مثال

$\frac{٢}{٥} = \frac{٢ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٤}{١٠} = ٠.٤$

$\frac{٧}{٢٥} = \frac{٧ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٢٨}{١٠٠} = ٠.٢٨$

$\frac{٣}{٨} = \frac{٣ \times ١٢٥}{٨ \times ١٢٥} = \frac{٣٧٥}{١٠٠٠} = ٠.٣٧٥$

كتابة العدد النسبى على صورة نسبة مئوية :

لكتابة العدد النسبى على صورة نسبة مئوية نجعل المقام ١٠٠ بإستخدام الخاصية السابقة

مثال

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٧٥ \%$

كتابة العدد عشرى غير منته على صورة عدد نسبى :

نعلم أن : $\frac{١}{٣} = ١ \div ٣ = ٠.٣٣٣٣٣٣٣٣$ و يلاحظ أن عملية القسمة غير منتهية
لذا يكتب العدد $\frac{١}{٣} = \dot{٣}$ و يقرأ " ٠.٣ دائر " حيث النقطة فوق الرقم تعنى أن العدد دائر
و إذا وضعت نقطة فوق الرقم الاول والأخير معناه أن الرقمين و ما بينهما دائر

$\frac{٢}{١١} = ٠.١٨١٨١٨٠٠٠٠٠ = ٠.\dot{١}\dot{٨}$ ، $٥\frac{٧١}{٣٣٣} = ٥.٢١٣٢١٣٢١٣٠٠٠٠٠ = ٥.\dot{٢}١\dot{٣}$

ولكتابة العدد الدائر على صورة عدد نسبى نستخدم الآلة الحاسبة
لكتابة العدد : $٠.\dot{٦}$ على صورة عدد نسبى
ندخل العدد علي الآلة كالآتى : ٠.٦٦٦٦٦٦٦٦٦ ثم نضغط = نحصل $\frac{٢}{٣}$



تمارين على مجموعة الاعداد النسبية

١ – أكمل ما يأتى :

(١) العـــدد $\frac{٧}{س - ٣٤}$ لا يعبر عن عدد نسبى إذا كان : س = ...

(٢)العدد ١٢ ٪ = ...

(٣) العدد النسبى $|-\frac{٥}{٨}|$ = ...

(٤) العدد النسبى $\frac{٥}{١١}$ = ... على صورة عدد عشرى دورى

(٥) العدد النسبى $٠.\dot{٥}$ = ...

(٦) العـــدد $\frac{س - ٤}{س - ١٥}$ = صفر إذا كانت : س = ...

(٧) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون سالبا اذاكان أب ..... الصفر

(٨) $\frac{س}{-٣}$ يمثل عدد نسبي سالب اذا كان س .... الصفر

(٩) اصغر عدد نسبي غير سالب هو...............

(١٠) العدد $\frac{٢}{٣س}$ ∋ ن اذا كانت س ≠ ....

٢ – أكتب الأعداد الآتية على صورة $\frac{أ}{ب}$:

(١) ٥ (٢) صفر (٣) ٠.٧٥ (٤) – ٠.٠١ (٥) ٣٠ ٪

(٦) ٤.٥ ٪ (٧) ٨ $\frac{٢}{٣}$

٣ – أكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية على صورة عدد عشرى و نسبة مئوية :

(١) $\frac{١}{٦}$ (٢) ٢ $\frac{١}{٢}$ (٣) - $\frac{٣}{٢٠}$

(٤) $\frac{٥}{٩}$ (٥) ٧ $\frac{٣}{١٦}$

٤ـ اكتب العدد النسبي الذي يساوي $\frac{٣}{٥}$ ومجموع حديه ٢٤

مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

تمثيل العدد النسبى على خط الأعداد :

** كل عدد نسبى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد
** الأعداد النسبية المتساوية تمثلها جميعاً نفس النقطة على خط الأعداد
*الأعداد النسبية الموجبة تمثلها على خط الأعداد نقط تقع على يمين النقطة التى تمثل العدد صفر
*الأعداد النسبية السالبة تمثلها على خط الأعداد نقط تقع على يسار النقطة التى تمثل العدد صفر
*العددان النسبيان س ، ـ س تمثلهما على خط الأعداد نقطتان على بعدين متساويين من النقطة التى تمثل العدد صفر و جهتين مختلفتين منها
** لاحظ أن " صفر = $\frac{٠}{٢}$ = $\frac{٠}{٣}$ = $\frac{٠}{٤}$ = ... ، ١ = $\frac{١}{١}$ = $\frac{٢}{٢}$ = $\frac{٣}{٣}$ = ١٠٠% = ...
** قبل تمثيل العدد النسبى يفضل وضعه فى أبسط صورة
** يجب تحديد موضع العدد النسبى وموقعه بين عددين صحيحين
** يقسم خط الأعداد إلى مسافات متساوية حسب مقام العدد النسبى المراد تمثيله
** الأعداد النسبية الآتية تقع بين ١ ، ٢ : $\frac{٣}{٢}$ = ١ $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$ = ١ $\frac{١}{٣}$ ، ..... وهكذا ....

مثال مثل العدد النسبى $\frac{٧}{٤}$ على خط الأعداد

الحل

$\frac{٧}{٤}$ = ١ $\frac{٣}{٤}$ ∴ يقع بين ١ ، ٢

نقسم المسافة بين النقطة التى تمثل العدد ١ و النقطة التى تمثل العدد ٢ إلى ٤ أقسام متساوية فى الطول كما بالشكل المقابل

(خط الأعداد: ـ ١ ، ٠ ، ١ = $\frac{٤}{٤}$ ، $\frac{٥}{٤}$ ، $\frac{٦}{٤}$ ، $\frac{٧}{٤}$ ، ٢ = $\frac{٨}{٤}$)

مقارنة و ترتيب الأعداد النسبية :

إذا كانت النقطة التى تمثل العدد س تقع على يسار النقطة التى تمثل العدد ص على خط الأعداد كما بالشكل المقابل
فإن : س < ص أو ص > س

(خط الأعداد: س ، ص)

** للمقارنة بين عددين نسبيين " أو أكثر" يلزم توحيد مقاميهما أولاً بحيث يكونا موجبين ثم مقارنة البسطين الناتجين ، كما يفضل وضعهما فى أبسط صورة

مثال قارن بين العددين $\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٤}{٧}$

نضع العدد فى أبسط صورة : $\frac{٦}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$ " بقسمة كل من البسط والمقام ÷ ٣ "
نوحد المقامات : م ٠ م ١ ٠ للمقامين ٣ ؛ ٧ هو ٢١

$\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١٤}{٢١}$ " بالضرب × ٧ " ، $\frac{٤}{٧}$ = $\frac{١٢}{٢١}$ " بالضرب × ٣ "

١٢ < ١٤ أى أن $\frac{١٢}{٢١}$ < $\frac{١٤}{٢١}$ أى أن : $\frac{٤}{٧}$ < $\frac{٢}{٣}$ أى أن $\frac{٤}{٧}$ < $\frac{٦}{٩}$

كثافة الأعداد النسبية :

* لأى عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية المحصورة بينهما
* أى عددين صحيحين متتاليين لا يوجد بينهما أى عدد صحيح
* لأى عدد نسبى لا يمكن إيجاد العدد النسبى السابق له مباشرة أو العدد النسبى التالى له مباشرة

مثال أوجد ثلاثة اعداد نسبية تنحصر بين : $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

الحل

م . م . ا للمقامين هو ٦

$\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$ ، $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{٦}$ لا يوجد أعداد نسبية ظاهرة تقع بين $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٢}{٦}$

بضرب حدى كل من العددين × ١٠ يصبح العددين $\frac{٣٠}{٦٠}$ ، $\frac{٢٠}{٦٠}$

∴ الاعداد $\frac{٢١}{٦٠}$ ، $\frac{٢٢}{٦٠}$ ، $\frac{٢٣}{٦٠}$ تقع بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

لتسهيل الحل نضرب × ١٠ ويمكن الضرب في اي عدد اخر

تمارين على مقارنة وترتيب الاعداد النسبية

١ــ ضع علامة > او < او = مكان النقط

(١) ــ $\frac{١}{٢}$ .... صفر (٢) عدد نسبى موجب .... صفر

(٣) عدد نسبى سالب .... صفر (٤) | ١٤.٢ | ١٤.٢

(٥) ١.٦ .... | - $\frac{٥}{٨}$ | (٦) | $\frac{١٥}{-٢}$ | .... ٧ $\frac{١}{٢}$

٢- اكمل ما يلي

(١) عدد الاعداد النسبية المحصورة بين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١١}{٨}$ هو ....

(٢) العدد النسبي المقابل للعدد $\frac{١}{٢}$ علي خط الاعداد هو ....

٣ــ رتب تصاعدياً و الأعداد النسبية الآتية : $\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{٧}{٣٠}$ ، - $\frac{١}{٣}$ ، - $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{١٥}$

٤ــ رتب تصاعدياً و الأعداد النسبية الآتية : $\frac{٣}{٤}$ ، - $\frac{٥}{٨}$ ، - $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$

٥ــ اكتب عددين نسبيين يقعان بين

(١) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٤}{٥}$ (٢) - $\frac{٣}{٤}$ ، - $\frac{٢}{٣}$ (٣) ٠.٣ ، $\frac{٣}{٥}$

٦ ــ أكتب أربعة أعداد نسبية تقع بين كل زوج من أزواج الأعداد الآتية :

(١) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ (٢) - $\frac{٤}{٩}$ ، - $\frac{٥}{٦}$ (٣) صفر ، ٣

٧ ــ أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين : $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ بحيث يكون واحد منهم صحيحاً

٨ ــ أوجد العدد الصحيح المحصور بين $\frac{١١}{٣}$ ، $\frac{١١}{٢}$ و أيضاً ينحصر بين $\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{٢٥}{٦}$ [٤]



جمع وطرح الأعداد النسبية

اولا: جمع الأعداد النسبية :

جمع عددين نسبيين متحدى المقام :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ب}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ب} = \frac{أ + حـ}{ب}$

مثال

$\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٢ + ٣}{٧} = \frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٥}{٩} + (-\frac{٤}{٩}) = \frac{٥ + (-٤)}{٩} = \frac{١}{٩}$

جمع عددين نسبيين مختلفى المقام :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{أ ء + ب حـ}{ب ء}$

مثال

$\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٤} = \frac{٣ \times ٤ + ٨ \times ١}{٨ \times ٤} = \frac{١٢ + ٨}{٣٢} = \frac{٢٠}{٣٢} = \frac{٥}{٨}$

نضع الناتج في ابسط صورة

حل اخر

بتوحيد مقامات الكسرين $\frac{٣}{٨} + \frac{٢}{٨} = \frac{٥}{٨}$

مثال

$\frac{٤}{١٢} + (\frac{-١٠}{١٥})$ حيث ان $\frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{-١٠}{١٥} = \frac{-٢}{٣}$

$\therefore \frac{١}{٣} + (\frac{-٢}{٣}) = \frac{-١}{٣}$

يفضل وضع الكسر في ابسط صورة قبل الجمع

مثال

$\frac{٢}{٥} + ٣$ حيث ان $٣ = \frac{١٥}{٥}$ $\therefore \frac{٢}{٥} + \frac{١٥}{٥} = \frac{١٧}{٥}$

حل اخر

$\frac{٢}{٥} + ٣ = ٣\frac{٢}{٥}$ نرفع الكسر فيكون $٣\frac{٢}{٥} = \frac{١٧}{٥}$

حل اخر

$\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{١} = \frac{٢ + ١٥}{٥} = \frac{١٧}{٥}$

مثال

$٣\frac{١}{٤} + (-٢\frac{١}{٥})$ حيث ان $٣\frac{١}{٤} = \frac{١٣}{٤}$ ، $-٢\frac{١}{٥} = -\frac{١١}{٥}$

$\frac{١٣}{٤} + (-\frac{١١}{٥}) = \frac{٦٥}{٢٠} + (-\frac{٤٤}{٢٠}) = \frac{٢١}{٢٠} = ١\frac{١}{٢٠}$

حل اخر

$٣\frac{١}{٤} + (-٢\frac{١}{٥}) = ٣\frac{٥}{٢٠} + (-٢\frac{٤}{٢٠}) = ١\frac{١}{٢٠}$

مثال

$\frac{٣}{٥} + ٠.٢ = \frac{٣}{٥} + \frac{٢}{١٠} = \frac{٣}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٤}{٥}$

خواص عملية الجمع في ن

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ ، $\frac{هـ}{و}$ أعداد نسبية

١ – **خاصية الإنغلاق : عملية الجمع مغلقة في ن** : $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} \in$ ن

٢ – **خاصية الإبدال : عملية الجمع إبدالية : في ن:** $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{حـ}{ء} + \frac{أ}{ب}$

٣ – **خاصية الدمج : عملية الجمع دامجة في ن:**

$$\left(\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء}\right) + \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} + \left(\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}\right) = \frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}$$

٤ – **وجود العدد المحايد الجمعي : الصفر عدد محايد بالنسبة لعملية الجمع فى ن:**

$\frac{أ}{ب} + ٠ = ٠ + \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$ " عند إضافة الصفر لأى عدد نسبى لا تتغير قيمة هذا العدد "

٥ – **وجود المعكوس الجمعي : لكل عدد نسبى $\frac{أ}{ب}$ معكوس جمعى هو العدد النسبى = $\frac{-أ}{ب}$ بحيث :**

$\frac{أ}{ب} + \left(-\frac{أ}{ب}\right) =$ صفر " المحايد الجمعي (المعكوس الجمعي للعدد صفر هو نفسه)

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

العدد	$\frac{٤}{٥}$	$\frac{-٢}{٣}$	$\frac{-٥}{-٧}$	$\left(\frac{٢}{٥}\right)^{صفر}$	٠.٤	$\left\lvert\frac{-٢}{٣}\right\rvert$	صفر
معكوسه الجمعي							

مثال

باستخدام خواص الجمع في ن اوجد ناتج $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٧} + \frac{١}{٤}$

$= \frac{٢}{٧} + \frac{٥}{٧} + \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}$ خاصية الابدال $= \left(\frac{٢}{٧} + \frac{٥}{٧}\right) + \left(\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}\right)$ خاصية الدمج

$= ١ + ١ = ٢$

ثانيا طرح الأعداد النسبية :

عملية الطرح $\left(\frac{أ}{ب} - \frac{حـ}{ء}\right)$ هى عملية جمع المطروح منه $\frac{أ}{ب}$ مع المعكوس الجمعى للمطروح $\frac{حـ}{ء}$

أى أن : $\frac{أ}{ب} - \frac{حـ}{ء} = \frac{أ}{ب} + \left(-\frac{حـ}{ء}\right)$

مثال

$\frac{٥}{٧} - ١ = \frac{٥}{٧} + (-١) = \frac{٥}{٧} + \left(-\frac{٧}{٧}\right) = \frac{-٢}{٧}$

مثال

$٧\frac{٢}{٥} - ٣\frac{١}{٤} = ٧\frac{٨}{٢٠} + \left(-٣\frac{٥}{٢٠}\right)$

$= ٤\frac{٣}{٢٠}$



تمارين على جمع وطرح الاعداد النسبية

أكمل ما يلي

١) العدد المحايد الجمعي في ن هو ....

(٢) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{٥}{٢}$ هو ....

٣) المعكوس الجمعي للعدد $-\frac{٤}{٩}$ هو ....

(٤) المعكوس الجمعي للعدد $(\frac{-٢}{٥})^{صفر}$ هو......

٥) المعكوس الجمعي للعدد $-\frac{٥}{٢}$ هو........

(٦) المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ....

٧) باقي طرح $\frac{١}{٥}$ من $\frac{٦}{٥}$ هو......

(٨) باقي طرح $\frac{١}{٧}$ من صفر يساوي ....

٩) باقي طرح $-\frac{٢}{٥}$ من صفر يساوي.........

(١٠) المعكوس الجمعي للعدد $\left|-\frac{٣}{٧}\right|$ هو ....

آوجد ناتج كلا مما يلي في ابسط صورة

(١) $\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧}$ [$\frac{٥}{٧}$]

(٢) $\frac{٧}{٨} - \frac{٢}{٨}$ [$\frac{٥}{٨}$]

(٣) $\frac{١}{٤} + \frac{٢٥}{٨}$ [$\frac{٢٧}{٨}$]

(٤) $\frac{-٩}{١٢} + \frac{٣}{٦}$ [$-\frac{١}{٤}$]

(٥) $-\frac{٥}{٢}$ + صفر [$-\frac{٥}{٢}$]

(٦) $\frac{١٢}{٢} + (-\frac{١٦}{٤})$ [٢]

(٧) $\frac{١}{٤} + ٧ + (-١١\frac{١}{٤})$ [-٤]

(٨) $-١٣\frac{١}{٨} + ٧\frac{٣}{٨}$ [$-\frac{٢٣}{٤}$]

اختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين

(١) عدد الاعداد الصحيحة الواقعة بين $\frac{٧}{٤}$ ، $\frac{١١}{٨}$ [صفر ، ١ ، ٢ ، عدد لا نهائي]

(٢) العدد $\frac{٥}{٣}$ < [$\frac{١٠}{٣}$ ، $\frac{٢٥}{٩}$ ، $\frac{١٠}{٦}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

(٣) العدد $\frac{-٩}{-٧}$ هو المعكوس الجمعي للعدد [$\frac{-٩}{٧}$ ، $\frac{-٧}{٩}$ ، $\frac{٩}{٧}$ ، $\frac{٧}{٩}$]

- أحسب قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $-\frac{٣}{١٠} + (\frac{-٢}{٥})$ [$\frac{-٧}{١٠}$]

(٢) $٦\frac{٢}{٣} + (-٣\frac{١}{٦})$ [$\frac{٧}{٢}$]

(٣) $٤ + (-٩\frac{٥}{٨})$ [$\frac{-٤٥}{٨}$]

(٤) $٢\frac{١}{٢} - ١\frac{١}{٤}$ [$\frac{٥}{٤}$]

(٥) $٤\frac{٢}{٣} + ٢\frac{١}{٦}$ [$\frac{٤١}{٦}$]

(٦) $-٢ + ١\frac{٣}{٧}$ [$\frac{-٤}{٧}$]

- باستخدام خواص الجمع في ن اوجد ناتج ما ياتي في ابسط صورة:

(١) $\frac{-٣}{٧} + \frac{١}{٢} + \frac{-١}{١٤}$ [صفر]

(٢) $\frac{٥}{٤} + \frac{-١٣}{٥} + (\frac{-٢٥}{٤}) + \frac{٢٨}{٥}$



ضرب وقسمة الأعداد النسبية

تذكر : قاعدة الإشارات

**	+	×	+	= +
**	–	×	–	= +
**	+	×	–	= –
**	–	×	+	= –

أولا ضرب الأعداد النسبية :

ضرب عددين نسبيين مختلفى المقام :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء} = \frac{أ \times جـ}{ب \times ء}$

مثال

$\frac{٢}{٧} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٢ \times ٣}{٧ \times ٥} = \frac{٦}{٣٥}$

ضرب عددين نسبيين مختلفى المقام :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ب} = \frac{أ \times جـ}{ب^{٢}}$

$\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٤} = \frac{١٥}{١٦}$

مثال

$\frac{٢}{٤} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٦}{٢٠} = \frac{٣}{١٠}$

حل اخر $\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٣}{١٠}$

مثال

$\frac{٩}{١٥} \times \frac{١٠}{٦} = \frac{٩٠}{٩٠} = ١$

حل اخر $\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٣} = ١$

مثال

$-\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٩}$

$= -\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣} = -\frac{١}{٦}$

مثال

$٤\frac{٢}{٧} \times ٣\frac{١}{٦}$

$= \frac{٣٠}{٧} \times \frac{١٩}{٦} = \frac{٥}{٧} \times \frac{١٩}{١} = \frac{٩٥}{٧}$

ملاحظات :
** بعد إجراء عملية الضرب يجب وضع الناتج فى أبسط صورة
** عند إجراء عملية الضرب يمكن إختصار اي بسط مع اي مقام

خواص عملية الضرب في ن

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ ، $\frac{هـ}{و}$ أعداد نسبية

١ – **خاصية الإنغلاق** : عملية الضرب في ن مغلقة $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء}$

٢ – **خاصية الإبدال** : عملية الضرب فى ن إبدالية : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء} = \frac{جـ}{ء} \times \frac{أ}{ب}$

٣ – **خاصية الدمج** : عملية الضرب فى ن دامجة :

$$\left(\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء}\right) \times \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} \times \left(\frac{جـ}{ء} \times \frac{هـ}{و}\right) = \frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء} \times \frac{هـ}{و}$$

٤ – **وجود العدد المحايد الضربى** : $\frac{أ}{ب} \times ١ = ١ \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$

٥ – **وجود المعكوس الضربى** : لكل عدد نسبى $\frac{أ}{ب} \neq ٠$ معكوس ضربى هو العدد النسبى $\frac{ب}{أ}$

$\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$

ملحوظة " الصفر ليس له معكوس ضربي "

٦- خاصية توزيع الضرب علي الجمع والطرح:

$$\frac{أ}{ب}\times\left(\frac{حـ}{ء}+\frac{هـ}{و}\right)=\frac{أ}{ب}\times\frac{حـ}{ء}+\frac{أ}{ب}\times\frac{هـ}{و}$$

$$\frac{أ}{ب}\times\left(\frac{حـ}{ء}-\frac{هـ}{و}\right)=\frac{أ}{ب}\times\frac{حـ}{ء}-\frac{أ}{ب}\times\frac{هـ}{و}$$

مثال باستخدام خاصية التوزيع اوجد قيمة

$$\frac{٥}{١١}\times\frac{٦}{٧}+\frac{٥}{١١}\times\frac{١}{٧}$$
$$=\frac{٥}{١١}\times\left(\frac{٦}{٧}+\frac{١}{٧}\right)$$
$$=\frac{٥}{١١}\times ١=\frac{٥}{١١}$$

$$٤\times\frac{٥}{٩}+١٥\times\frac{٥}{٩}-\frac{٥}{٩}$$
$$=\frac{٥}{٩}\times(٤+١٥-١)$$
$$=\frac{٥}{٩}\times ١٨=١٠$$

ثانيا قسمة الأعداد النسبية :

عملية القسمة ($\frac{أ}{ب}\div\frac{حـ}{ء}$) هى عملية ضرب المقسوم $\frac{أ}{ب}$ فى المعكوس الضربى للمقسوم عليه $\frac{حـ}{ء}$

أى أن : $\frac{أ}{ب}\div\frac{حـ}{ء}=\frac{أ}{ب}\times\frac{ء}{حـ}$ حيث : $\frac{حـ}{ء}\neq ٠$

مثال اوجد قيمة كل مما يأتي في ابسط صورة :

(١) $-\frac{٢}{٣}\div\frac{٥}{٣}=-\frac{٢}{٣}\times\frac{٣}{٥}=-\frac{٢}{٥}$

(٢) $\frac{٣}{٧}\div(-٨)=\frac{٣}{٧}\times\left(-\frac{١}{٨}\right)=-\frac{٣}{٥٦}$

(٣) $٢\frac{١}{٥}\div ٥\frac{١}{٢}=\frac{١١}{٥}\div\frac{١١}{٢}=\frac{١١}{٥}\times\frac{٢}{١١}=\frac{٢}{٥}$

(٤) $٠.٢\div\frac{١}{٥}=\frac{٢}{١٠}\div\frac{١}{٥}=\frac{٢}{١٠}\times\frac{٥}{١}=\frac{١٠}{١٠}=١$

العدد	صفر $(-\frac{١}{٢})$	$\left|-\frac{٣}{٤}\right|$	٠.٥	-١	١	$٢\frac{١}{٥}$	صفر
معكوسه الضربى							
معكوسه الجمعى							

تمارين على ضرب وقسمة الاعداد النسبية

١ـ اكمل ما يلي

(١) ٣× .... = ١

(٢) المعكوس الضربي للعدد -١ ..... بينما المعكوس الضربي للعدد ١ ......

(٣) $\frac{١}{٤} \times ٣ \quad = ١$

(٤) العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو ....

٢ – أحسب قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧}$ $[\frac{٦}{٣٥}]$

(٢) $-\frac{٩}{٢} \times \frac{٤}{٣}$ [-٦]

(٣) $-\frac{٥}{٨} \div \frac{٥}{٨}$ [-١]

(٤) $-١٤ \div (-\frac{٧}{٤})$ [٨]

(٥) صفر $\div \frac{٣}{٥}$ [صفر]

(٦) $٢\frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{١٧}$ [١]

(٧) $-٤\frac{٢}{٧} \times (-٨\frac{١}{٦})$ [٣٥]

(٨) $-٢\frac{١}{٥} \div ٥\frac{١}{٢}$ $[\frac{-٢}{٥}]$

(٩) $\left|-\frac{٣}{٧}\right| \times (-\frac{٤}{٣})$ $[\frac{-٤}{٧}]$

(١٠) $-٤\frac{٢}{٧} \div ١\frac{١}{١٤}$ [-٤]

(١١) $\frac{٣}{٤} \times (\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣})$ $[\frac{١}{٨}]$

(١٢) $[-\frac{١٢}{٢٥} \times (-\frac{٥}{٧})] \div (-\frac{٩}{١٤})$ $[\frac{٨}{١٥}]$

٢ - بإستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{٥}{١٢} \times ٣ + \frac{٥}{١٢} \times ٩$ [٥]

(٢) $\frac{١٠}{١٢} \times \frac{٣}{٥} + \frac{١٠}{١٢} \times \frac{٤}{٥} - \frac{١٠}{١٢}$ $[\frac{١}{٣}]$

(٣) $\frac{٤}{٩} \times ١١ + \frac{٤}{٩} \times ١٦$ [١٢]

(٤) $٤ \times \frac{٨}{١٧} + ٩ \times \frac{٨}{١٧} + ٤ \times \frac{٨}{١٧}$ [٨]

(٥) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٣٥}{٩} + (\frac{-٣}{٧}) \times \frac{٣٥}{٩}$ $[\frac{٢}{٣}]$

(٦) $-\frac{٣}{٧} \times ٨ + ٥ \times (-\frac{٣}{٧}) + (-\frac{٣}{٧})$ [-٦]

٤ – إذا كان : س + $\frac{١}{٤}$ معكوساً جمعياً للعدد $\frac{٣}{٤}$ فأوجد قيمة س [-١]

٥ – إذا كان : س = $-\frac{١}{٣}$ ، ص = $\frac{٣}{٤}$ ، ع = -٣ أوجد قيمة كل من :

(١) س ص ع $[\frac{٣}{٤}]$

(٢) س ص + ص ع $[-\frac{٥}{٢}]$



تطبيقات علي الأعداد النسبية

ايجاد عدد يقع في نصف المسافة بين عددين

$\frac{1}{2}$ (العدد الاول + العدد الثاني)

مثال اوجد العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{1}{4}$ ، $\frac{5}{6}$

العدد الذي يقع في منتصف المسافة = $\frac{1}{2}(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}) = \frac{1}{2} \times \frac{26}{24} = \frac{13}{24}$

يوجد عدد وحيد يقع في نصف المسافة

ايجاد عدد يقع في ثلث المسافة بين عددين

تمهيد اوجد عدد صحيح في ثلث المسافة بين العددين ٢ ، ٨

من جهة العدد الاصغر = العدد الاصغر + $\frac{1}{3}$ (الاكبر – الاصغر)

من جهة العدد الاكبر = العدد الاكبر - $\frac{1}{3}$ (الاكبر – الاصغر)

مثال اوجد العدد النسبي الذي يقع في ثلث المسافة بين $\frac{4}{7}$ ، $1\frac{3}{4}$ من جهة الاصغروالاكبر

العدد الاصغر $\frac{4}{7} = \frac{16}{28}$
العدد الاكبر $\frac{7}{4} = \frac{49}{28}$

العدد من جهة الاصغر $= \frac{16}{28} + \frac{1}{3}[\frac{49}{28} - \frac{16}{28}]$

$= \frac{16}{28} + \frac{1}{3} \times \frac{33}{28} = \frac{27}{28}$

العدد من جهة الاكبر $= \frac{49}{28} - \frac{1}{3}[\frac{49}{28} - \frac{16}{28}]$

$= \frac{49}{28} - \frac{1}{3} \times \frac{33}{28} = \frac{38}{28} = \frac{19}{14}$

تمارين على تطبيقات علي الاعداد النسبية

١ – أوجد عدداً نسبياً يقع فى متصف المسافة بين

(١) $\frac{3}{8}$ ، $\frac{1}{2}$ [$\frac{7}{16}$] (٢) $\frac{9}{4}$ ، $\frac{17}{6}$ [$\frac{61}{24}$]

(٣) $\frac{3}{8}$ ، $\frac{4}{9}$ [$\frac{59}{144}$] (٤) $\frac{7}{11}$ ، $\frac{3}{4}$ [$\frac{61}{88}$]

(٥) - $4\frac{3}{5}$ ، - $5\frac{5}{6}$ [$\frac{-313}{60}$] (٦) - $4\frac{3}{7}$ ، $8\frac{1}{3}$ [$\frac{41}{21}$]

٢ـ اوجد العدد النسبي الذي يقع عند ربع المسافة بين $\frac{2}{3}$ ، $1\frac{3}{7}$ من جهة العددالاكبر [$\frac{26}{21}$]

٣ـ اوجد العدد النسبي الذي يقع عند خمس المسافة بين $\frac{-2}{3}$ ، $\frac{-3}{5}$ من جهةالعدد الاصغر [$\frac{-49}{75}$]



الحدود والمقادير الجبرية

الحد الجبرى :

الحد الجبري هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

الحد الجبرى : ٣ س = ٣ × س

مكـــــون من : ٣ عامل عددى " معامل " ، س عامل جبرى " رمز "

الحد الجبرى : – س ص = – ١ × س × ص

مكـــــون من : – ١ عامل عددى ، عاملين جبريين هما س ، ص

الحد الجبرى : ٧ $س^{٢}$ = ٧ × س × س

مكـــــون من : ٧ عامل عددى ، عاملين جبريين هما س ، س

درجة الحد الجبرى :

هى مجموع أسس العوامل الجبرية " الرمزية " الداخلة فى تكوين هذا الحد

الحد الجبرى	معامل الحد الجبرى	درجة الحد الجبرى	عوامل الحد الجبرى	عدد عوامل الحد الجبرى
– ٣ $س^{٢}$ ص	– ٣	٣	– ٣ ، س ، س ، ص	٤
س	١	١	١ ، س	٢
٧	٧	صفر	٧	١
٣ ^{٢} $س^{٣}$ $ص^{٢}$	٩	٥	٩،س،س،س،ص،ص	٦

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

الحد الجبرى	معامل الحد الجبرى	درجة الحد الجبرى	عوامل الحد الجبرى	عدد عوامل الحد الجبرى
٤ $س^{٣}$				
٢$س^{٣}$ ص				
٥				
– ٣ $س^{٢}$				
– س				
٨ $س^{٣}$ $ص^{٢}$				



المقدار الجبرى :

هو ما تكون من حد جبرى أو أكثر

٦ س + ٤ ص {مقدار جبرى يتكون من حدين " مقدار ذو حدين " }

هما : ٦ س ، ٤ ص

٣ $س^{٣}$ – ٥ ص + ١ {مقدار جبرى يتكون من ثلاثة حدود " مقدار ثلاثى " }

هم : ٣ $س^{٣}$ ، – ٥ ص ، ١

ملاحظة :

الحد الجبرى الذى لا يحتوى على أى رمز " عامل جبرى " يسمى الحد المطلق

فى المقدار الجبرى : $س^{٢}$ – ١ الحد : – ١ يسمى حد مطلق

درجة المقدار الجبرى

هى أعلى درجة للحدود الجبرية المكونة له

المقدار الجبرى : ٥ س – ٣ من الدرجة الأولى

لأن : ٥ س هو الحد الأعلى درجة و درجته تساوى ١

المقدار الجبرى : ٣ $س^{٢}$ – ٤ س + ١ من الدرجة الثانية

لأن : ٣ $س^{٢}$ هو الحد الأعلى درجة و درجته تساوى ٢

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

المقدار الجبرى	عدد حدود المقدار الجبرى	إسم المقدار الجبرى	درجة المقدار الجبرى
٥ $س^{٢}$ + ص	٢	ذو حدين	٢
$س^{٣}$ – س + ٣			
٧ م $ب^{٢}$ + ٣ م ب – ٥ $م^{٢}$ $ب^{٢}$			
$س^{٢}$ $ص^{٣}$ – ٣ س $ص^{٤}$			
$ص^{٤}$ – ٥س $ص^{٣}$ – ٤ $س^{٢}$ ص + ٣			

مثال

عين درجة المقدار الجبري ٢ $م^{٣}$ $ب^{٢}$ -٧ م $ب^{٣}$ + ٥ $م^{٢}$ ب ثم رتبه :

(١) حسب قوي م التنازلية (٢) حسب قوي ب التصاعدية

الحــــــــــــــل

المقدار من الدرجة الخامسة

(١) حسب قوي أ التنازلية ٢ $م^{٣}$ $ب^{٢}$ + ٥ $م^{٢}$ ب -٧ م $ب^{٣}$

(٢) حسب قوي ب التصاعدية ٥ $م^{٢}$ ب + ٢ $م^{٣}$ $ب^{٢}$ -٧ م $ب^{٣}$

لاحظ ان كل حد يحتفظ باشارته



تمارين على الحدود والمقادير الجبرية

١ – أكمل ما يأتى :

(١) درجة الحد الجبرى : ٣ $س^٢$ ص هى ٠٠٠٠ و معامله هو ٠٠٠٠٠

(٢) درجة الحد الجبرى : – ٧ ٢ ب حـ هى ٠٠٠٠ و معامله هو ٠٠٠٠٠

(٣) عدد عوامل الحد الجبرى : ٥ $س^٣$ص ع يساوى ٠٠٠٠٠

(٤) درجة المقدار الجبرى : ٤ س + ٣ $س^٣$ هى ٠٠٠٠

(٥) درجة المقدار الجبرى : $س^٢$ $ص^٢$ – ٩ $س^٣$ هى ٠٠٠٠

(٦) إذا كانت درجة الحد الجبرى $س^{٢م}$ هى درجة الحد الجبرى ٣ $س^٢$ $ص^٤$ فإن م = ٠٠٠

(٧) إذا كانت درجة الحد الجبرى : ٤ $س^ن$ $ص^٢$ هى الدرجة الخامسة فإن : ن = ٠٠٠٠

(٨) إذا كان المقدار الجبرى : $س^٤$ + ٣ $س^{ن+١}$ – $س^٢$ + ٥ مرتباً حسب أسس س التنازلية حيث ن ∋ ص فإن : ن = ٠٠٠٠

(٩) إذا كان المقدار الجبرى : ٢س $ص^٢$$ع^٣$ + ٣$س^٢$ص $ع^ن$ من الدرجة السادسة حيث ن عدد طبيعي فإن ن ∋ { .... }

(١٠) درجة الحد المطلق في اي مقدار جبري هي ....

٢ – رتب المقادير الآتية تنازلياً حسب أسس " قوى " س :

(١) ٣ س – ٥ $س^٢$ + ١

(٢) ٢ $س^٢$ $ص^٣$ + ٣ $ص^٢$ – ٦ س ص س – $س^٣$

(٣) س $ص^٤$ + س ص $ص^٥$ – $س^٣$$ص^٣$ + $س^٢$$ص^٢$

٣ – عين درجة كل المقادير الاتية

(١) ٢س + ٣

(٢) ٣ $س^٢$ – ٢س

(٣) ٣ $س^٣$+ $س^٢$

(٤) س – ٥ $س^٢$ + ١

(٥) $س^٢$ $ص^٣$ + ٣ $ص^٢$ – ٦ س ص – $س^٣$

(٦) ٧ س ص + س ص $ص^٣$ – $س^٣$$ص^٣$ + $س^٢$$ص^٢$



الحدود الجبرية المتشابهه

تتشابه الحدود الجبرية إذا تشابهت الرموز الجبرية المكونة لعواملها وتساوت فيها أسس هذه الرموز فمثلاً :

الحدود الجبرية : ٧ س ، – ٣ س ، ٤ س هى حدود جبرية متشابهة من الدرجة الأولى

الحدود الجبرية : ٢ س $ص^٢$ ، – ٤ س $ص^٢$ ، س $ص^٢$ هى حدود جبرية متشابهة من الدرجة الثالثة

الحدود الجبرية : ٣ س ، – ٤ $س^٢$ ، $س^٣$ هى حدود جبرية غير متشابهة لإختلاف الأسس

جمع و طرح الحدود المتشابهة :

عند جمع و طرح الحدود الجبرية المتشابهة نجمع أو نطرح معاملات الحدود الجبرية أما العوامل الجبرية " الرموز " فتظل كما هى

مثال

اجمع :

(١) ٥ س ، ٣ س

٥ س + ٣ س

= (٥ + ٣) س

= ٨س

(٢) ٧ م $ب^٢$ ، -٢$ب^٢$ م ، -٤ب م^٢ ، م $ب^٢$

٧ م $ب^٢$ + (-٢$ب^٢$ م) + (-٤ب م^٢) + م $ب^٢$

= [٧+(-٢)+(-٤)+١] م $ب^٢$

= ٢ م $ب^٢$

م $ب^٢$ = $ب^٢$ م

مثال

اطرح :

(١) ٤ $س^٢$ من $س^٢$

= $س^٢$ – ٤ $س^٢$

= (١ – ٤) $س^٢$

= – ٣ $س^٢$

(٢) -٣ $م^٢$ $ب^٢$ من ٥ $م^٢$ $ب^٢$

= ٥ $م^٢$ $ب^٢$ - (-٣ $م^٢$ $ب^٢$)

= ٥ $م^٢$ $ب^٢$ +٣ $م^٢$ $ب^٢$ =(٥ + ٣) $م^٢$ $ب^٢$

= ٨ $م^٢$ $ب^٢$

اختصار المقدار الجبرى :

إختصار المقدار الجبرى يعنى وضعه فى أبسط صورة أى أن تكون جميع الحدود الجبرية المكونة له غير متشابهة و يتم ذلك بجمع الحدود الجبرية المتشابهة

مثال

أختصر لأبسط صورة :

(١) ٦ س + ٨ ص – ٤ س + ص

المقدار = (٦ س – ٤ س) + (٨ ص + ص) = ٢ س + ٩ ص

٢ س + ٩ ص ≠ ١١ س ص

(٢) ٤ $س^٢$ – ٦س -٥$س^٢$ + ٤س +٣$س^٢$

المقدار = (٤ $س^٢$ -٥$س^٢$ +٣$س^٢$) + (-٦س + ٤س)

= ٢$س^٢$ – ٢س



تمارين على الحدود الجبرية المتشابهه

١- أختصر لأبسط صورة :

(١) ٣ أ + ٤ ب – ٧ أ – ٥ ب　　(٢) ٥ س – $س^{٢}$ + ٤ س + ٣ $س^{٢}$ – ٧

(٣) ٤س +٨ص +٢ س - ٥ص　　(٤) ٥ $س^{٢}$ -٢س +٨ -٧س - ٣ + $س^{٢}$

(٥) ٢ $س^{٣}$ + ٣ $س^{٢}$ +٤ $س^{٣}$ - ٥ $س^{٢}$

(٦) ٥ س – ٣ $س^{٢}$ + ٤ – ٧ $س^{٢}$ – ٦ س – ١

(٧) ٢ أ ب – ٣ $أ^{٢}$ + ٤ $ب^{٢}$ – $أ^{٢}$ – ٢ $ب^{٢}$ – ٥ أ ب – ٦

٢– اجب عما يأتي :

(١) ٥ س + ٤ س

(٢) ٨ س – ٣ س

(٣) – ٦ س ص + ٥ س ص

(٤) ما زيادة – ٤ ص عن ص

(٥) مانقص ٣ $أ^{٢}$ عن – $أ^{٢}$

(٦) إطرح ٥ س من ٣ س

(٧) من ٦ $أ^{٢}$ اطرح ٧ $أ^{٢}$

(٨) إطرح ٣ أ من ٧ أ

(٩) ما زيادة ٣ س عن ٩ س

(١٠) ما نقص – ٦ $أ^{٢}$ عن صفر

(١١) ما الحد الذى يجب إضافته إلى الحد ٤ س ص ليكون الناتج ٨ س ص

٣ ـ أكمل:

(١) إذا كان الحدان الجبريان : ٢ $أ^{٢}$ $ب^{ن+٢}$ ، ٥ $أ^{٢}$ $ب^{٥}$ متشابهين فإن: ن = ...

(٢) إذا كان الحدان الجبريان : ٩ $س^{م}$ $ص^{ن+م}$ ، ٤ س $ص^{٣}$ متشابهين فإن :

م = ٠٠٠٠٠ ، ن = ٠٠٠٠٠

٤ ـ أكتب كلاً من المقادير الجبرية التى تعبر عن مجموع المساحات لكل شكل :

٤ $س^{٢}$	س
٧ س	٥

٣ $س^{٢}$	٤ س
٥ $س^{٢}$	٣

٥ $س^{٢}$	٢ س
١٤س	٧



ضرب وقسمة الحدود الجبرية

ضرب الحدود الجبرية

نعلم أن : س × س = س^{٢} " عند ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس "

** عند ضرب الحدود الجبرية :

نضرب المعاملات مع ملاحظة قاعدة ضرب الإشارات ثم نضرب الرموز مع ملاحظة جمع أسس العوامل ذات الأساسات المتشابهة

مثال اجر عمليات الضرب الاتية :

٥ س × ٣ ص = (٥ × ٣) × (س × ص) = ١٥ س ص

٤ س × ـ ٢ س = (٤ × ـ ٢) × (س × س) = ـ ٨ س^{٢}

٣ س^{٢} × س × ٦ س = ١٨ س^{٤} " مباشرة دون الإستعانة بالأقواس "

٧ س^{٣} × ـ ٤ س^{٢} = ـ ٢٨س^{٥}

قسمة الحدود الجبرية

نعلم أن : س^{٥} ÷ س^{٢} = س^{٣} " عند قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس "

** عند قسمة الحدود الجبرية :

نقسم المعاملات مع ملاحظة قاعدة قسمة الإشارات ثم نقسم الرموز مع ملاحظة طرح أسس العوامل ذات الأساسات المتشابهة   " أس المقسوم عليه من أس المقسوم "

مثال أوجد خارج قسمة ما يلي :

١٢ م^{٧} ÷ ٤ م^{٤} = ٣ م^{٣}

$\frac{\text{ـ ١٥ س}^{٨}}{\text{٣ س}^{٥}}$ = ـ ٥ س^{٣}

٢١ س^{٦} ص^{٤} ÷ ـ ٣ س^{٢} ص = ـ٧ س^{٤} ص^{٣}

ملاحظات :

** خارج قسمة عاملين متساويين فى الأساس و الأس يساوى ١

فمثلاً : ٥ س ÷ ٥ س = ١ ، ٥ س ص ÷ ٥ س = ص

** قسمة أى حد جبرى على الصفر ليس لها معنى

لذا نعتبر العوامل الرمزية فى جميع المسائل لا تساوى الصفر



تمارين على ضرب وقسمة الحدود الجبرية

١ – أكمل ما يأتى :

(١) ٢ س × ٥ س = ...

(٢) ٣ أ^{٤} ب × ٥ أ^{٣} ب^{٢} × ٢ أ^{٢} = ...

(٣) (٣ س × س) + ٤ س^{٢} = ...

(٤) – ٦ س^{٣} ص ÷ – ٢ س ص = ...

(٥) (س^{٥} ÷ س^{٢}) – ٣ س^{٣} = ...

(٦) ٨١ ص^{٤} ÷ ..... = ٢٧ ص

(٧) ..... × ٤ ص^{٣} ل = ٣٦ ص^{٦} ل^{٣}

٢ – أوجد ناتج ما يأتى :

(١) – ٥ س^{٢} × ١ (٢) ٢ س^{٢} ص^{٣} × ٣ ص^{٢} × – ٦ س ص

(٣) ٣ س × س × ٤ س^{٢} (٤) ٢ أ ب × – ٣ أ^{٢} × ٤ ب^{٢}

(٥) (– ٥٢ س^{٣}) ÷ (– ١٣ س^{٢}) (٦) ٨١ ص^{٤} س^{٣} ÷ ٢٧ س ص^{٣}

(٧) $\frac{٤}{٧}$ س^{٧} ص^{٤} ÷ $\frac{٢}{٢١}$ س^{٤} ص^{٣} (٨) ٩س^{٥}ص^{٤} ÷ ٦ س^{٣}ص

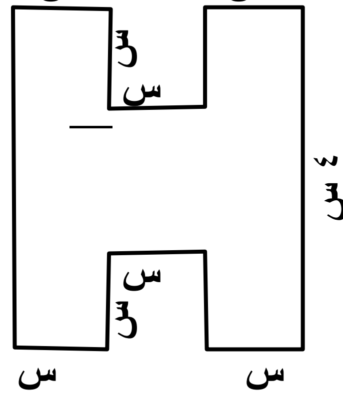
(٩) -٣٢ أ^{٣}ب^{٦} ÷ (-٤أ^{٣} ب^{٢}) (١٠) ٨م^{٤}ن^{٣} ÷ (-٤م ن^{٢})

٣ - اجر عمليات الضرب التالية :

(١) $\frac{٢}{٣}$ س^{٤} × $\frac{٣}{٢}$ س^{٤} (٢) $\frac{١٥ \text{ أ ب}^{٣}}{٢}$ × $\frac{٨ \text{ أ ب}^{٢}}{١٠}$

(٣) ٣س^{٣} × $\frac{١}{٦}$ س^{٢} (٤) $\frac{٢}{٧}$ أ^{٣} × ٢١ أ^{٥} (٥) $\frac{٢٥ \text{ ص}^{٢ن + ٢}}{٥٠ \text{ ص}^{٢ن + ١}}$

٤ – أحسب محيط ومساحات كل شكل من الأشكال الآتية :



[١٠س ص ، ٦س^{٢}ص^{٢}] [١٤س، ١٠س^{٢}] [١٨س، ١٠س^{٢}]

جمع و طرح المقادير الجبرية

جمع و طرح المقادير الجبرية مثل جمع و طرح الحدود الجبرية يتم بجمع أو طرح الحدود الجبرية المتشابهة فى المقادير الجبرية كل على حدة

** توجد طريقتين لجمع أو طرح المقادير الجبرية كما يتضح من الأمثلة الآتية :

(١) الطريقة الأفقية :

في الجمع

ناتج الجمع = المقدار الأول+ المقدار الثانى " وتتم كما فى إختصار المقدار الجبرى"

مثال

أجمع س – ٥ ص + ١ ، ٧ ص – س – ٤

الحـــــــــــل

ناتج الجمع = ٣ س – ٥ ص + ١ + ٧ ص – س – ٤

= (٣ س – س) + (– ٥ ص + ٧ ص) + (١ – ٤) = ٢ س + ٢ ص – ٣

المعكوس الجمعى للمقدار الجبرى :

هو مقدار جبرى آخر حدوده هى المعكوسات الجمعية لحدود المقدار الجبرى الأصلى و يكون مجموع المقدار الجبرى الأصلى و معكوسه الجمعى يساوى صفر

المقدار الجبرى : ٣ س – ٥ ص + ١ معكوسه الجمعى هو : – ٣ س + ٥ ص – ١

، ناتج الجمع = (٣ س – ٥ ص + ١) + (– ٣ س + ٥ ص – ١) = صفر

فى الطرح :

نجمع المطروح منه مع المعكوس الجمعى للمطروح و يكون :

باقى الطرح = (المقدار الثاني) – (المقدار الاول)

مثال

إطرح :٣ س – ٥ ص + ١ من ٧ ص – س – ٤

الحـــــــــــل

ناتج الطرح = (٧ ص – س – ٤) – (٣ س – ٥ ص + ١)

= ٧ ص – س – ٤ – ٣ س + ٥ ص – ١ = ١٢ ص – ٤ س – ٥

ملحوظة

** يكتب المقدارالذي بعد كلمة *من* في السطر الاول

** يكتب المقدارالذي بعد كلمة *مازيادة* في السطر الاول

** يكتب المقدارالذي بعد كلمة *مانقص* في السطر الثاني

** يكتب المقدارالذي بعد كلمة *اضافتة الي* في السطر الثاني

يجب تغيير اشارة السطر الثاني

(٢) الطريقة الرأسية:

في الجمع :

نرتب المقدارين رأسياً بحيث تقع الحدود المتشابهة تحت بعضها

مثال أجمع المقادير الآتية : ٣ س – ٥ ص + ١ ، ٧ ص – س – ٤

الحـــــــــــل

المقدار الأول : ٣ س – ٥ ص + ١

المقدار الثاني : – س + ٧ ص – ٤

ناتج الجمع = ٢ س + ٢ ص – ٣

في الطرح :

نرتب حدود المقدار الاول أسفل حدود المقدار الثاني

مثال إطرح : ٣ س – ٥ ص + ١ من ٧ ص – س – ٤

الحـــــــــــل

المقدار الثاني : ٧ ص – س – ٤

(+) (-) (-)

المقدار الاول : – ٥ ص + ٣ س + ١

باقي الطرح = ١٢ ص – ٤ س – ٥

لاحظ تغير الاشارات

مثال ما المقدار الذي يجب اضافته الي ٨ - ٣ م^{٢} + ٢ م^{٣} ليكون الناتج ٥ +٤م^{٣} -٧م

الحـــــــــــل

المقدار الثاني : ٤م^{٣} -٧م +٥

(-) (+) (-)

المقدار الاول : ٢م^{٣} - ٣م^{٢} + ٨

المقدار المضاف = ٢م^{٣} + ٣م^{٢} -٧م - ٣

نرتب حدود المقدارين مع ترك مسافات اعلي واسفل الحدود التي لايوجد لها حدود متشابهه

مثال ما زيادة س^{٢} -٥س -١ عن ٣س^{٢} + ٢س -٣

الحـــــــــــل

المقدار الاول : س^{٢} -٥س -١

(-) (-) (+)

المقدارالثاني : ٣س^{٢} + ٢س -٣

مقدار الزيادة = -٢س^{٢} - ٧س +٢



تمارين على جمع و طرح المقادير الجبرية

١ – أوجد مجموع كل من :

(١) ٣ س + ٣ ص – ع ، ٣ س + ٣ ع – ٢ ص ، س + ٢ ص + ع

(٢) ٣ س – ٤ س^{٢} + ٢ ، س^{٢} + س – ٥ ، ٣ + ٣ س^{٢} – ٤ س

(٣) ٢ س^{٢} – ٣ س ص + ص^{٢} ، س ص – ٢ ص^{٢} + س^{٢} ، ٣س ص – ٢ س^{٢}

(٤)
٣ س – ٤ ص + ٢
– ٣ س + ٧ ص + ٣

(٥)
٣ م – ٤ ب + ٦ حـ
– ٥ م + ٦ ب + ٢ حـ

٢ – إطرح :

(١) س – ٢ من ٢س – ٥

(٢) ٢ س + ٦ ص – ٧ من ٢ س – ٥ ص + ٢

(٣) ٣ م ب^{٢} – ٤ م^{٢} ب – ب^{٣} من م^{٣} – ٢ ب م^{٢} + ٢ ب^{٣}

٣ – ما زيادة :

(١) ٣ م + ٧ ب عن ٣ م – ٢ ب

(٢) ٣ س^{٢} - ٥ س + ٦ عن ٢ س^{٢} - ٤ س + ٣

(٣) س^{٢} – ٥ س - ١ عن ٣ س^{٢} + ٢س – ٣

(٤) س -٣ص – ٦ع عن ٤س+٣ص - ٦ ع

٤– ما نقص ٤ م – ٥ب -٧جـ عن م + ٢ب – ٣جـ

٥ – ما المقدار الذى يجب إضافته إلى : ٢ س – ٣ س^{٢} + ٥ ليكون الناتج ٦ + س^{٢} – س

٦ – ما المقدار اللازم طرحه من : ٢ ب + جـ - ٢ ليكون الناتج ٣ م + ب – جـ

٧ – ما المقدار اللازم إضافته إلى : ٣ م^{٢} – ٥ م ب + ٢ ب^{٢} ليكون الناتج صفراً

٨ – ما نقص : ٢ م - ٨ ب – جـ عن مجموع ٣ م – ٣ ب + جـ ، ٢ م – ٤ ب – ٨ جـ

٩ – أطرح : ٢ ب + ٥م من ٦ م + ٧ ب – ٢
ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : م = ٢ ، ب = ١ [٥]

١٠– أضف : ٣ س^{٢} + ٢ س ص – ٥ إلى س – ٢ س^{٢} – ٣ س ص
ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : س = – ١ ، ص = ٢ [-٣]



ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

عند ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى كل حد من حدود المقدار الجبرى

مثال

٣ س (٤ س + ٥ ص)

= (٣ س × ٤ س) + (٣ س × ٥ ص)

= ١٢ س^{٢} + ١٥ س ص

حل اخر

٤ س + ٥ ص

× ٣ س

= ١٢ س^{٢} + ١٥ س ص

مثال

اختصر(١) ٥(س +٢ص) -٢(٢س+٣ص)

= ٥س +١٠ص -٤س – ٦ص

= س + ٤ص

(٢) ٣(٢س + ص) +٣

= ٦س + ٣ص + ٣

تمارين على ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

١ - أكمل ما يأتي :

(١) س (س – ١) = ...

(٢) ٢ (٣ - ....)= .... – ٢^{٢}

(٣) ٥س(..... + ٣ص^{٢})= ١٠س^{٢}ص^{٢}+....

(٤)٢ ٢(..... + ...) = ٦ ٢^{٢} + ٨ ٢ ب^{٢}

٢ - اوجد ناتج ما يأتي :

(١) ٢ ٢ (٤ ٢^{٢} + ٢)

(٢) ٢ص (٢ص^{٢} – ص – ٥)

(٣) -٣ ك (٢ك^{٢} – ٣ك – ٧)

(٤) ٢ ٢ (٢ ٢ + ٣ ٢ب – ٥ب)

(٥) $\frac{١}{٣}$ س^{٢} (٦س^{٢} – ٩س ص – ٣ص^{٢})

(٦) – ل م^{٢} (ل^{٢} – ٣ م ل – ٤ م^{٢})

(٧) ٢س^{٢}ص (٢س^{٢} -٣س ص + ص^{٢})

(٨)٣ ٢ ب^{٢} (٢ ٢^{٢} + ٣ ٢ ب -٤ب^{٢})

٣ - اختصر كلا من المقادير الاتية :

(١) ٣ ٢ (٢ – ب) + ٤ ٢ (٢ ٢ + ب)

(٢) ٣ ٢ (٤ ٢ – ٢) – ٤ ٢ (٣ ٢ – ٣)

(٣) ٢س (س + ص) – ص (٢س – ص) + ٢ (ص^{٢} – س^{٢})

٤- اختصر ٣ ٢ (٤ ٢ – ١) + ٢ ٢ (٢ + ٣) – ٥ ٢ (٢ ٢ – ١)

ثم اوجد القيمة العددية للناتج عندما ٢ = ١

[١٢]



ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار آخر

ضرب مقدارين جبريين كل منهما مكون من حدين

المقدار رباعي

اولا : إذا كان حدى المقدار الأول يختلفان عن حدى المقدار الثانى :

(س + ص) (ء – ب) = س (ء – ب) + ص (ء – ب)

= س ء – س ب + ص ء – ص ب

المقدار ثلاثي

ثانيا : إذا كان حدى المقدار الأول يشابهان حدى المقدار الثانى :

(س + ٥) (٢س – ٣) = س (٢س – ٣)+٥(٢س – ٣)

= ٢ س^{٢} – ٣س + ١٠س - ١٥ = ٢ س^{٢} + ٧ س – ١٥

الضرب بمجرد النظر

لاحظ الشكل التالى :

الأول × الأول

الثانى × الثانى

(س + ٥) (٢س – ٣) = ٢ س^{٢} +(١٠ س - ٣س) – ١٥

= ٢ س^{٢} +٧ س – ١٥

الوسطين

الطرفين

مثال

(٢ س + ٣) (٥ س – ١) = ٢ س (٥ س – ١) + ٣ (٥ س – ١)

= ١٠س^{٢} – ٢ س + ١٥ س – ١ = ١٠س^{٢} + ١٣ س – ٣

مثال

أوجد عمليات الضرب الاتية بمجرد النظر :

(س + ٢) (س + ٣)

= س^{٢} + ٥س +٦

(س – ٢) (٢س – ٥)

= ٢س^{٢} – ٩س + ١٠

(٢ ء – ب) (ء + ٣ب)

=٢ ء^{٢} + ٥ ءب – ٣ب^{٢}

(٥ ء + ٢ب) (ء – ٣ب)

= ٥ ء^{٢} – ١٣ ءب – ٦ب^{٢}

تدريب

أكمل الحد الناقص فى ما يأتى :

(١) (س + ٤) (س – ١) = ٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠

(٢) (أ – ٢ ب) (٥ أ + ٠٠٠٠) = ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠ – ٦ ب^{٢}

(٣) (٤ س + ١) (٠٠٠٠٠ + ٣) = ٤ س^{٢} + ٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠٠

(٤) (س – ٦) (س – ٢) = ٠٠٠٠٠ – ٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

(٥) (٣ س – ٢ ص) (٧ س + ٠٠٠٠) = ٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠٠ – ١٠ ص^{٢}

(٦) (٢س – ٥) (٠٠٠٠٠ – ١) = ٨ س^{٢} – ٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠



مربع مقدار ذى حدين

الحد الاول والاخير دائما موجب

نعلم أن (س + ص)^٢ = (س + ص) (س + ص) = س^٢ + ٢س ص + ص^٢

،(س - ص)^٢ = (س - ص) (س - ص) = س^٢ - ٢س ص + ص^٢

مربع مقدار ذو حدين = مربع الأول ± (الأول × الثانى×٢) + مربع الثانى

مثال أوجد مفكوك كلا مما يأتي :

(٣ س + ٥)^٢ = (٣ س)^٢ + ٢ × ٣ س × ٥ +(٥)^٢ = ٩ س^٢+ ٣٠ س+ ٢٥

(٣ س - ٥)^٢ = (٣ س)^٢ - ٢ × ٣ س × ٥ +(٥)^٢ = ٩ س^٢- ٣٠ س+ ٢٥

تدريب أكمل الحد الناقص فى ما يأتى :

(١) (س + ٤)^٢ = ... + ... + ...

(٢) (س – .....)^٢ = ... – ..... + ٣٦

(٣) (٢ م + ٧ ن)^٢ = ... + ... + ...

(٤) (..... – ٢ ص)^٢ = ٩ س^٢ – ..... + ...

ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما

بما أن (س + ص) (س - ص) = س^٢ + س ص – س ص + ص^٢ = س^٢ + ص^٢

مجموع حدين × الفرق بينهما = مربع الحد الأول – مربع الحد الثانى

مثال أوجد حاصل ضرب

(س + ٣) (س – ٣) = س^٢ – ٩ || (٢ل -٥) (٢ل + ٥) = ٤ل^٢ – ٢٥

تدريب أكمل الحد الناقص فى ما يأتى :

(١) (س + ٤) (س – ٤) = ... – .....

(٢) (٥ س – .....) (٥ س + ...) = ... – ٦٤ ص^٢

(٣) (..... + ...) (..... – .....) = ٤٩ – ص^٢

ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى آخر مكون من أكثر من حدين

(س – ٣) (س^٢ + ٤ س– ٧) = س (س^٢ + ٤ س – ٧) – ٣ (س^٢ + ٤ س – ٧)

= س^٣ + ٤ س^٢ – ٧ س – ٣ س^٢ – ١٢س + ٢١

= س^٣ + س^٢ – ١٩ س + ٢١

تمارين على ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار آخر

١ – أكمل ما يأتى :

(١) الحد الأوسط فى مفكوك (٣ س – ١)^{٢} هو ٠٠٠٠٠

(٢) إذا كان : (٢ س + ص)^{٢} = ٤ س^{٢} + ك س ص + ص^{٢} فإن : ك = ٠٠٠٠٠

(٣) إذا كان : (٢ س + ص)(س – ص) = ٢ س^{٢} + ك س ص – ص^{٢} فإن : ك = ٠٠٠

(٤) إذا كان : (س – ٣)(س + ٣) = س^{٢} + ك فإن : ك = ٠٠٠٠٠

(٥) إذا كان : (س + ص)^{٢} = ١٥ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٩ فإن س ص = ٠٠٠٠٠

(٦) (٢ س – ٠٠٠٠٠)^{٢} = ٠٠٠٠٠ – ٠٠٠٠٠ + ١

(٧) (٠٠٠٠٠ + ٤)^{٢} = ص^{٢} + ٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠٠

(٨) (٠٠٠٠٠ – ٥)(٠٠٠٠٠ + ٥) = س^{٢} – ٠٠٠٠٠

(٩) (٣ س + ٠٠٠٠٠)(٠٠٠٠٠ – ٥) = ٦ س^{٢} – ٠٠٠٠٠ – ٥

(١٠) ١٠١ × ٩٩ = (١٠٠ + ١)(٠٠٠ – ٠٠٠٠٠) = ٠٠٠٠٠ – ٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠

٢ – أوجد بمجرد النظر كل مما يأتى :

(١) (٤ م – ب)^{٢} (٢) (٢ س + ٥ ص)^{٢}

(٣) (٤س + ١) (٢س + ٣) (٤) (س-٢ص)(س+٢ص)(س^{٢}+٤ص^{٢})

(٥) (٣ س – ٥ ص) (٣ س + ٥ ص) (٦) (٥م - ٢) (٦م + ١)

٣ – أوجد نواتج عمليات الضرب الآتية :

(١) (س + ٣)(س^{٢} + س + ١) (٢)(٣ س – ص)(س^{٢} + ٢ س ص – ص^{٢})

٤ – أستخدم الضرب بمجرد النظر و الحساب العقلى لتسهيل إيجاد ناتج :

(١) (١٠١)^{٢} (٢) ٩٨ × ١٠٢ (٣) (٤٩)^{٢}

٥ – أختصر لأبسط صورة :

(١) (س - ٤)^{٢} – ١٦ (٢) (س – ٣)^{٢} – س^{٢} – ٩

(٣) (س - ٢) (س + ٢) – س (س + ٢)

٦ـ اضرب ثم اوجد القيمة العددية عندما س = ١ ، ص = -٢

(١) (س – ٥ص) (س + ٥ص) [-٩٩] (٢) (٣س + ص) (س + ٣ص) [-٥]

(٣) (س + ٤) (٣س + ٢) [٢٥] (٤) (٢ص + ٧) (٣ص + ٤) [-٦]

٧ – أوجد حاصل ضرب : (٢ س - ٢)^{٢} + (س - ٢) (س + ٢)
ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = – ١ [١٣]

٨ – اختصر : (٢ م - ٣) (٢ م + ٣) + ٧
ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما م = – ١ [٢]



قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى نقسم كل حد من حدود المقدار على هذا الحد

مثال أوجدخارج قسمة : $\frac{١٨ س^{٤} + ٩ س^{٢} - ٦ س}{٣ س}$

خارج القسمة= $\frac{١٨ س^{٤}}{٣ س} + \frac{٩ س^{٢}}{٣ س} - \frac{٦ س}{٣ س} = ٦ س^{٣} + ٣ س - ٢$

مثال أوجد خارج قسمة : $\frac{١٦ س^{٣} ص + ٨ س^{٢} ص^{٢} + ٤ س}{- ٤ س}$

خارج القسمة $= \frac{١٦ س^{٣} ص}{- ٤ س} + \frac{٨ س^{٢} ص^{٢}}{- ٤ س} + \frac{٤ س}{- ٤ س} = -٤ س^{٢} ص - ٢ س ص^{٢} - ١$

تمارين على قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

١ – أوجد خارج قسمة كل من :

(١) ٩ س + ١٥ ص على – ٣

(٢) $٣٠ س^{٥} ص^{٢} - ٦ س^{٢} ص$ على $٣ س^{٢} ص$

(٣) $س^{٣} + ٣ س^{٢} - ٢ س$ على – س

(٤) $٣ ﻫ^{٢} ب - ٦ ﻫ ب^{٢} + ١٢ ﻫ ب$ على – ٣ ﻫ ب

(٥) $١٥ س^{٢} ص + ٦ س ص^{٢} - ٣ س ص$ علي ٣ س ص

(٦) $٣٢ س^{٥} - ٤٨ س^{٣} + ٧٢ س^{٧}$ علي $- ٨ س^{٣}$

(٧) $٢ ﻫ^{٣} ب^{٢} - ٤ ﻫ^{٢} ب^{٣} + ٦ ﻫ^{٢} ب^{٢}$ علي $٢ ب^{٢} ﻫ^{٢}$

٢ – أقسم : $١٢ س^{٣} ص^{٢} - ٤ س^{٢} ص^{٣}$ على $٤ س^{٢} ص^{٢}$
ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : س = ١ ، ص = – ١ [٤]

٥ – مستطيل مساحته $(٨ ﻫ^{٤} ب^{٣} + ١٢ ﻫ^{٣} ب^{٤} - ٨ ﻫ^{٢} ب^{٢})$ سم^{٢}، و طوله $٤ ﻫ^{٢} ب^{٢}$ سم
أوجد عرضه اذا كانت ﻫ = ١ ، ب = ٢ [١٤ سم]



قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر

لقسمة مقدار جبري علي جبري آ خر نتبع الخطوات الاتية

(١)ترتيب حدود كلا من المقسوم والمقسوم عليه ترتيبا تصاعديا او تنازليا (*يفضل تنازليا*)

(٢)نقسم الحد الاول من المقسوم على الحد الاول من المقسوم عليه

(٣)نضرب خارج القسمة في جميع حدود المقسوم عليه

(٤)نطرح حاصل الضرب من المقسوم

(٥)نكرر الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ حتي يصبح باقي الطرح مساويا الصفر

مثال

اقسم $س^٢ + ٢س - ٣$ على $س + ٣$

س + ٣	$س^٢ + ٢س - ٣$
س - ١	$(-) س^٢ (-) ٣س$
	$- س - ٣$
	$(+) س (+) ٣$
	٠ ٠

اقسم $س^٣ + س + ١٠$ على $س + ٢$

س + ٢	$س^٣ + س + ١٠$
$س^٢ - ٢س + ٥$	$(-) س^٣ (-) ٢س^٢$
	$-٢س^٢ + س + ١٠$
	$(+) -٢س^٢ (+) - ٤س$
	$٥س + ١٠$
	$(-) ٥س (-) ١٠$
	٠ ٠

اوجد قيمة م التي تجعل المقدار

$٦س^٣ - ٥س^٢ - ١٤س + م$

يقبل القسمة علي $٢س - ٣$ بدون باق

٢س - ٣	$٦س^٣ - ٥س^٢ - ١٤س + م$
$٣س^٢ + ٢س - ٤$	$(-) ٦س^٣ (+) - ٩س^٢$
	$٤س^٢ - ١٤س$
	$(-) ٤س^٢ (+) - ٦س$
	$- ٨س + م$
	$(+) - ٨س (-) + ١٢$
	م - ١٢ = ٠

م = ١٢

اقسم $م^٣ - ٢م - م^٢ + ٨$ على $م^٢ - ٣م + ٤$

$م^٢ - ٣م + ٤$	$م^٣ - م^٢ - ٢م + ٨$
م + ٢	$(-) م^٣ (+) - ٣م^٢ (-) + ٤م$
	$٢م^٢ - ٦م + ٨$
	$(-) ٢م^٢ (+) - ٦م (-) + ٨$
	٠ ٠ ٠



تمارين على قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر

١- اوجد خارج قسمة كل مما يأتي : (حيث المقسوم عليه ≠ صفر)

(١) س^{٢} + ٥س + ٤ علي س + ١

(٢) ٢س^{٢} + ١٣س + ١٥ علي س + ٥

(٣) س^{٣} + ٨ - س^{٢} – ٢س علي س^{٢} – ٣س + ٤

(٤) ٣س^{٣} - ٤س + ١ علي س - ١

(٥) ٣س^{٢} + س^{٣} – س - ٣ علي س^{٢} - ١

(٦) س^{٤} + ٣س^{٢} + ٢ علي س^{٢} + ١

(٧) س^{٣} + ١ علي س + ١

(٨) ٨س^{٣} + ٢٧ ص^{٣} علي ٢س + ٣ص

٢ - اذا كان س^{٢} + ٣س + ٣ احد عاملي المقدار س^{٣} – س^{٢} - ٩س - ١٢ فاوجد العامل الاخر

٣ - أوجد قيمة ل التي تجعل المقدار س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢٥س + ل يقبل القسمة علي س^{٢} + ٤س +٣ بدون باق حيث المقسوم عليه ≠ صفر [-٢١]

٤ - أوجد قيمة جـ التي تجعل المقدار ٦ س^{٣} - ٥ س^{٢} + ٦س + جـ يقبل القسمة علي ٢س^{٢} - ٣س + ٤ بدون باق حيث المقسوم عليه ≠ صفر [٨]

٥- أوجد قيمة ك التي تجعل المقدار ٢س^{٣} - س^{٢} - ٥س + ك يقبل القسمة علي ٢س – ٣ بدون باق حيث المقسوم عليه ≠ صفر [٣]

التحليل بإخراج العامل المشترك الاعلي

نعلم أن :

٧ × (٥ + ٤) = ٧ × ٥ + ٧ × ٤ " خاصية التوزيع "

كذلك العملية العكسية لخاصية التوزيع ممكنة أيضاً أى أن :

٧ × ٥ + ٧ × ٤ = ٧ × (٥ + ٤)

مثال

و تسمى : التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى " ع . م . ٲ "

حلل باستخدام العامل المشترك الاعلى " ع . م . ٲ "

(١) ٥ س^{٢} – ١٥ س = ٥ س (س – ٣)

(٢) ٨ س^{٢} + ٤ س = ٤س (٢س + ١)

(٣) ١٠س ص – ٨س ع =٢س(٥ص – ٤ ع)

(٤) ١٢س^{٢} – ٤ س ص = ٤س(٣س – ص)

(٥) س(م + ن) + ص(م + ن)
= (م + ن) (س + ص)

(٦) ٲ (ك – جـ) + ب (جـ - ك)
= ٲ (ك – جـ) – ب (ك – جـ)
=(ك – جـ) (ٲ – ب)

(جـ - ك) =
- (ك – جـ)
(جـ + ك)،
=(ك + جـ)

تمارين على التحليل بإخراج العامل المشترك الاعلي

١ – أكمل ما يأتى :

(١) ٥ س + ١٠ ص = ٥ (٠٠٠٠ + ٠٠٠٠)

(٢) س^{٢}ص – س ص^{٢} = ٠٠٠٠٠ (س – ص)

(٣) ٣ س^{٢} + ١٥ س ص = ٣ س (٠٠٠٠٠+ ٠٠٠٠)

(٤) إذا كان : س + ص = ٥ فإن : س (س + ص) + ص (س + ص) = ٠٠٠٠٠

(٥) إذا كان : ٧ س – ٧ ص = ٣٥ فإن : س – ص = ٠٠٠٠٠

٢ – حلل المقادير الآتية بإخراج ع . م . ٲ :

(١) ١٢ س^{٢}ص^{٢} + ٨ س ص^{٢}

(٢) ٣٠ س^{٢} – ١٥ س + ٥

(٣) ١٨ س^{٤} – ١٢ س^{٣} + ٦ س^{٢} – ٨ س

(٤) س(ٲ – ب) + ص (ٲ – ب)

٣ – إستخدم التحليل لتسهيل إيجاد ناتج :

(١) ٤٨ × ٤٥ + ٤٨ × ٥٥ (٢) ٢٧ × ٦٥ + ٢٧ × ٣٥

(٣) ٣٥ × ١٤ + ٣٥ ×– ٥ + ٣٥

(٤) (٤٩)^{٢} + ٤٩ + (٥٠)^{٢} + ٥٠

٣– اذا كان م -٢ن = ١٠فاوجد القيمة العددية للمقدار٣م(م – ٢ن) -٦ن(م – ٢ن) [٣٠٠]

مقاييس النزعة المركزية
المنوال ـ الوسيط ـ الوسط الحسابي

أولاً : المنوال

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً " تكراراً " فى هذه القيم

مثال

أوجد المنوال لمجموعة القيم : ٥ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٥

القيمة الأكثر شيوعاً هي ٥ المنوال = ٥

مثال

الجدول التالي يبن درجات ٢٦ طالب في احد الامتحانات

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩
التلاميذ	٤	٨	٥	٧	٢

(١)مثل البيانات بالاعمدة البيانية

(٢) اوجد المنوال للدرجات . المنوال = ٦

ثانياً : الوسيط

الوسيط هو القيمة التى تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً بحيث يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها

لإيجاد الوسيط نتبع الآتى :

نرتب القيم تصاعدياً أو تنازلياً ثم :

(١) إذا كان : عدد القيم فردياً فإن : الوسيط هو القيمة التى تقع فى الوسط تماماً

(٢) إذا كان : عدد القيم زوجياً فإن : الوسيط هو : $\frac{\text{مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوسط}}{٢}$

فمثلاً :

(١) أوجد الوسيط لمجموعة القيم : ٥ ، ١١ ، ٧ ، ١٤، ١٠

(٢) أوجد الوسيط لمجموعة القيم : ٣ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠

الحل

(١) الترتيب التصاعدى : ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ١١ ، ١٤ الوسيط = ١٠

(٢) الترتيب التنازلى : ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٣ ، ١ الوسيط = $\frac{٦ + ٤}{٢}$ = ٥

ثالثاً: الوسط الحسابى

الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

فمثلاً :

أوجد الوسط الحسابى لمجموعة القيم : ٣ ، ٨ ، ١١ ، ٤ ، ٩

الوسط الحسابى = $\frac{٣ + ٨ + ١١ + ٤ + ٩}{٥}$ = $\frac{٣٥}{٥}$ = ٧



تمارين على المنوال ـ الوسيط ـ الوسط الحسابي

١ – أكمل ما يأتى :

(١) المنوال للقيم : ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٦ هو ٠٠٠٠

(٢) المنوال للقيم : ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٩ هو ٠٠٠٠

(٣) المنوال للقيم : ٢١ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٩ ، ١٩ هو ٠٠٠٠

(٤) إذا كان : المنوال للقيم : ٤ ، س ، ٥ ، ٣ هو ٣ فإن : س = ٠٠٠٠

(٥) إذا كان : المنوال للقيم : ٦ ، س + ١ ، ٧ ، ٦ ، ٧ هو ٧ فإن : س = ٠٠٠٠

(٦) الوسيط للقيم : ٨ ، ١٧ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو ٠٠٠٠

(٧) الوسيط للقيم : ٢ ، ٣ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ٥ ، ١١ هو ٠٠٠٠

(٨) ترتيب الوسيط للقيم : ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ١ هو ٠٠٠٠

(٩) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو الثالث فإن عدد هذه القيم هو ٠٠٠٠

(١٠) الوسط الحسابى للقيم : ٧ ، ٣ ، ٩ ، ١ ، ٤ ، ٦ هو ٠٠٠٠

(١١) الوسط الحسابى للقيم : ٢ ، ٥ ، ٨ ، ٩ ، ١٤ ، ٢٨ هو ٠٠٠٠

(١٢) الوسط الحسابى للقيم : ٢ – س ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٣ + س هو ٠٠٠٠

(١٣) إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ٩ ، ٤ ، ٥ ، س هو ٥ فإن : س = ٠٠٠٠٠٠٠٠

(١٤) إذا كان الوسط الحسابى لدرجات خمسة طلاب هو ٣٥ فإن : مجموع درجاتهم =٠٠

(١٥) اذا كان مجموع خمسة اعداد يساوي ٣٠فان الوسط الحسابي لهذه الاعداد هو٠٠٠٠

(١٦) اذا كان الوسط الحسابي للقيم ٨ ،٧، ٥ ،٤، ٩ ، ٣، ك +٤ هو ٦ فان ك =٠٠٠٠٠٠

٢ – إذا كان الوسط الحسابى لعدد ٥٠ قيمة هو ٤٠ ، وكان الوسط الحسابى لعدد ٤٨ قيمة الأولى من نفس القيم هو ٣٥ أوجد مجموع آخر قيمتين من هذه القيم

٣– إذا كان الوسيط للقيم : س + ٥ ، س + ٣ ، س + ٨ حيث س عدد صحيح موجب هو ٨ أوجد قيمة س

٤– الجدول الآتى يبين درجات ٤٠ تلميذ فى أحد الإختبارات :

الدرجة	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
التكرار	٤	٥	٨	١٢	٧	٤

أوجد الدرجة المنوالية

٥– الجدول الآتى يبين درجات جهاد في امتحان الرياضيات في ٦ شهور :

الشهر	اكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	فبراير	مارس	ابريل
الدرجة	٣٠	٣٥	٤٢	٣٧	٤٤	٥٠

أوجد الوسيط والوسط الحسابي للدرجات



مفاهيم و تعاريف هندسية

القطعة المستقيمة

مجموعة من النقط المنتهية لها بداية و نهاية و لها طول .
أو هى مجموعة مكونة من نقطتين مختلفتين وجميع النقط الواقعة بينهما بحيث تكون على إستقامة واحدة

ب ———— ﻡ

ملحوظة :

يوجد فرق بين الرمزين $\overline{\text{ﻡ ب}}$ ، ﻡ ب حيث :

$\overline{\text{ﻡ ب}}$ هي مجموعة النقط المكونة من النقطتين أ ، ب و جميع النقط الواقعة بينهما .

ﻡ ب هو عدد يمثل طول ﻡ ب مقاساً بوحدات أطوال معلومة.

فاننا نكتب طول $\overline{\text{ﻡ ب}}$ = ٥ سم أو نكتب ﻡ ب = ٥سم ، $\overline{\text{ﻡ ب}}$ هى نفسها $\overline{\text{ب ﻡ}}$

المستقيم

هو مجموعة من النقط غير المنتهية . ممتد من جهتيه بلا حدود .
أو هو قطعة مستقيمة مدت من جهتيها بلا حدود

ﻡ ب حـ

يقرأ المستقيم بأى نقطتين علية مثلا $\overleftrightarrow{\text{ﻡ جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ ﻡ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ﻡ ب}}$ ، .....

الشعاع

هو جزء من مستقيم
أو هو مجموعة من النقط غير المنتهية . له بداية و ليس له نهاية .
أو هو قطعة مستقيمة مدت من أحد طرفيها فقط بلا حدود

لاحظ ان $\overleftarrow{\text{ﻡ ب}}$ يختلف عن $\overleftarrow{\text{ب ﻡ}}$

ﻡ ب

مثلا $\overleftarrow{\text{س ص}}$ ، $\overleftarrow{\text{ص ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{س ص}}$

س ص ب

$\overleftarrow{\text{ص س}}$ ⊃ $\overleftrightarrow{\text{س ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ص ب}}$ ⊃ $\overleftrightarrow{\text{س ب}}$



مثال

انظر الشكل المقابل ثم أجب عن ما يأتي :

(١) $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{جـء}}$ = {. . .}

(٢) $\overleftarrow{\text{جـأ}}$ ∪ $\overleftarrow{\text{جـب}}$ = ...

(٣) $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ ∪ $\overleftarrow{\text{جـب}}$ = ...

(٤) $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{جـأ}}$ = ...

ء ، ب ، جـ ، أ

ا لحل :

(١) { جـ } (٢) $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ أ، $\overleftrightarrow{\text{أجـ}}$ أ، $\overleftrightarrow{\text{جـب}}$ (٣) $\overleftarrow{\text{أب}}$ (٤) $\overline{\text{أجـ}}$

تدريب

في ا لشكل ا لمقابل أكمل ا لناقص :

ن ص س ع

(١) $\overline{\text{س ع}}$ ∪ $\overline{\text{س ص}}$ = ...

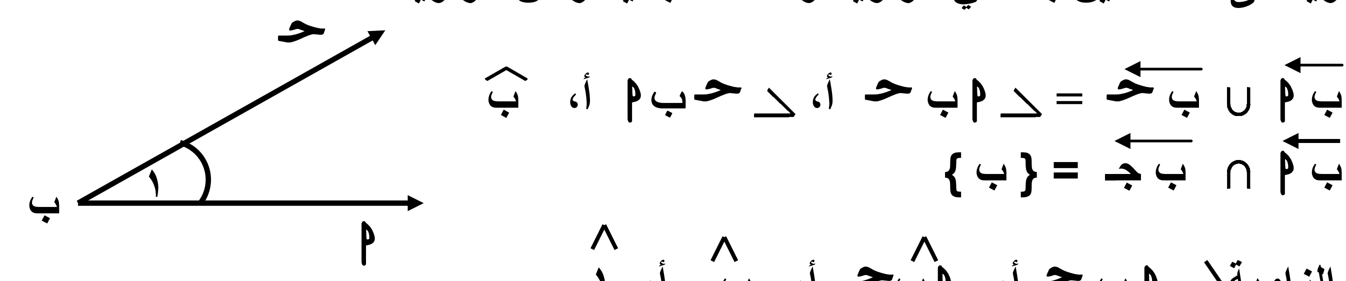
(٢) $\overleftarrow{\text{ع س}}$ ∪ $\overline{\text{س ص}}$ = ...

(٣) $\overleftarrow{\text{س ع}}$ ∩ $\overline{\text{ص ن}}$ = ... (٤) $\overleftarrow{\text{ص ع}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ع ص}}$ = ...

الزاوية

هي إتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية .

ويسمى الشعاعين بضلعي الزاوية و نقطة البداية رأس الزاوية .



$\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ∪ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ = ∠ أ ب حـ أ، ∠ حـ ب أ أ، $\widehat{\text{ب}}$

$\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ = { ب }

تقرأ الزاوية∠ أ ب حـ أ، أ$\hat{\text{ب}}$حـ أ، $\hat{\text{ب}}$ أ، $\hat{١}$

وحدة قياس ا لزاوية : الدرجة ( )° ، الدقيقة ( )′ ، الثانية ( )″

ملحوظة : (تحولات)

١° = ٦٠′ ١′ = ٦٠″ ١′ = $(\frac{١}{٦٠})$° ، ١″ = $(\frac{١}{٦٠})$′

١٨٠° = ١٧٩° ٦٠′ = ١٧٩° ٥٩′ ٦٠″

٩٠° = ٨٩° ٦٠′ = ٨٩° ٥٩′ ٦٠″

$(\frac{١}{٢})$° = $(\frac{١}{٢} \times ٦٠)$′ = ٣٠′ ، $(\frac{١}{٤})$° = $(\frac{١}{٤} \times ٦٠)$′ = ١٥′ و هكذا

انواع الزوايا

نوع الزاوية	قياس الزاوية	رسم الزاوية
صفرية	٠ ° ضلعاها متطابقان	
حـادة	أكبر من ٠ ° و أقل من ٩٠ °	
قائمـة	٩٠ ° ضلعاها متعامدان	
منفرجة	أكبر من ٩٠ ° و أقل من ١٨٠ °	
مستقيمة	١٨٠ ° ضلعاها على إستقامة واحدة	
منعكسة	أكبر من ١٨٠ ° و أقل من ٣٦٠ °	

ملحوظة ١:

الزاوية تقسم المستوى الذى تقع فيه إلى ثلاث مجموعات من النقط هى :
علي الزاوية ، داخل الزاوية ، خارج الزاوية

ملحوظة ٢ : :

إذا كان قياس زاوية ما = س فإن قياس الزاوية المنعكسة التى تشترك معها في ضلعيها = (٣٦٠ ° ـ س °)

مثلا : إذا كانت ق(حـ ٲ) = ٧٠ ° فإن
∴ ق(حـ ٲ) المنعكسة = ٣٦٠ ° ـ ٧٠ ° = ٢٩٠ °
نلاحظ أن : ق (ٲ̂) + ق (ٲ̂) المنعكسة = ٣٦٠ °

أكمل : إذا كان ق(حـب) = ٦٥ فإن : ق(حـب) المنعكسة = ... °

قياس الزاوية	٣٣ °	١٣٣ °	١٨٠ °	٩٠ °	٣٣٠ °	٦٠″ ٥٩′ ١٧٩ °	٣٩٥ °	٤٥٠ °
نوع الزاوية								



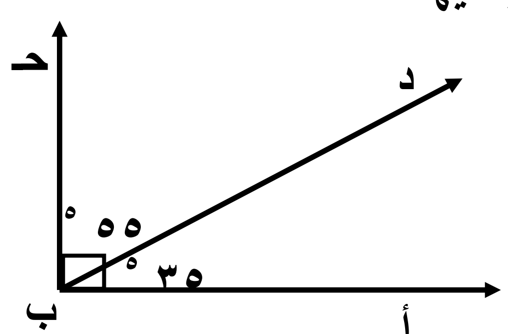
بعض ا لعلاقات بين الزوايا

١- الزاويتان المتجاورتان هما زاويتان تشتركان في رأس وضلع والضلعان الآخران في جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.

مثلاً : ∠ أ ب حـ ، ∠ حـ ب د زاويتان متجاورتان

∠ أ ب حـ ، ∠ أ ب د زاويتان غير متجاورتان

لأن :الضلعان ب حـ ، ب ء في جهة واحدة من الضلع المشترك ب أ



، في الشكل المقابل : ∠ ب أ حـ ، ∠ حـ هـ ء غير متجاورتان

لأنهما غير مشتركتان في الرأس

٢- الزاويتان المتتامتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما ٩٠ °

∵ ∠ أ ب د تتمم ∠ د ب حـ

∴ ق(∠ أ ب د) + ق(∠ د ب حـ) = ٩٠ °

الزاويتان اللتان قياسيهما ٣٥ ° ، ٥٥ ° متتامتان

لان : ٥٥ ° + ٣٥ ° = ٩٠ °

متممة الزاوية التي قياسها ٤٠ ° هي ٥٠ ° ، متممة الزاوية ٧٠ ° هي ٢٠ °

الزاوية التي قياسها ١٨ ″ ٣٠ ′ ٥٦ ° تتمم الزاوية التي قياسها ٤٢ ″ ٢٩ ′ ٣٣ °

لان : ٩٠ ° = ٦٠ ″ ٥٩ ′ ٨٩ ° = ٦٠ ′ ٨٩ °

ملاحظات :

١- الزاويتان المتتامتان إما أن تكونان زاويتين حادتين أو إحداهما صفرية والأخرى قائمة

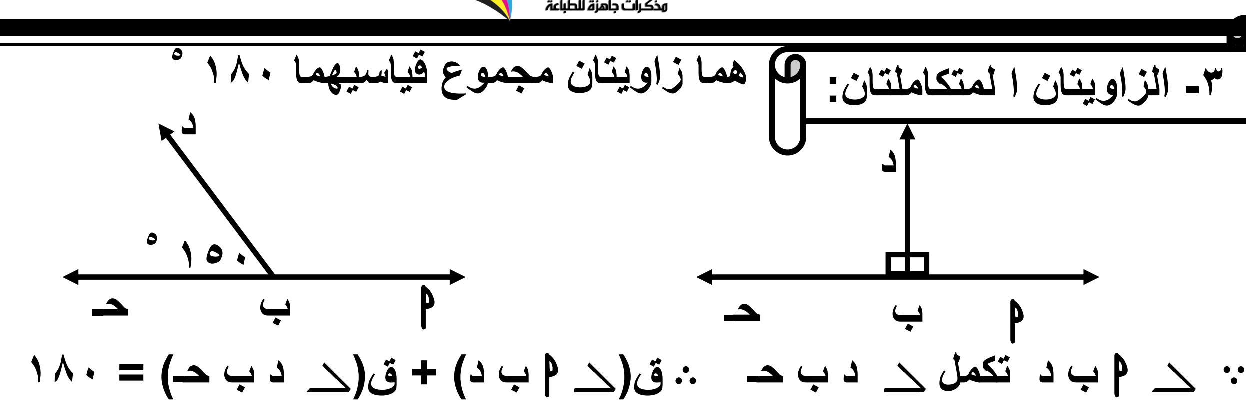
٢- الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان متعامدان تكونان متتامتين

٣- متممات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية في القياس) تكون متساوية في القياس

مثلا :إذا كان ∠ أ تتمم ∠ ب، ∠ جـ تتمم ∠ ب فإن : ق (∠ أ)= ق (∠ جـ)



٣- الزاويتان المتكاملتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما ١٨٠ °



∵ ∠ ﺃ ب د تكمل ∠ د ب ﺟ ∴ ق(∠ ﺃ ب د) + ق(∠ د ب ﺟ) = ١٨٠

فمثلاً : زاويتان قياسهما ٣٠ ° ، ١٥٠ ° هما زاويتان متتامتان لأن : ٣٠ + ١٥٠ = ١٨٠ °
، الزاوية التى قياسها ٣٥ ° تتم زاوية قياسها : ١٨٠ ° ـ ٣٥ ° = ١٤٥ °

ملاحظات :

١- الزاويتان المتكاملتان إما أن تكون إحداهما حادة والأخرى منفرجة
أو أن تكون كل منهما قائمة
أو أن تكون إحداهما صفرية والأخرى مستقيمة

٢- الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم و شعاع نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم متكاملتان (مجموعهم ١٨٠)

فى الشكل المقابل : إذا كان ﺃ ب ⟷ ∩ ﺃ ء ⟶ = { ﺃ }

فإن : ق (∠ ب ﺃ ء) + ق (∠ ﺟ ﺃ ء) = ١٨٠ °

تدريب

١- إذا كان : ق (∠ ﺟ ﺃ ء) = ١٠٠ ° فإن :ق (∠ ب ﺃ ء) = ٠٠٠٠٠ °
٢- إذا كان : ق (∠ ب ﺃ ء) = ٥٧ ° فإن : ق (∠ ﺟ ﺃ ء) = ٠٠٠٠٠ °

٣- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن الضلعين المتطرفان لهما يكونان على إستقامة واحدة .
فى الشكل المقابل :
إذا كان : ق (∠ ب ﺃ ء) + ق (∠ ﺟ ﺃ ء) = ١٨٠ °
فإن : ﺃ ب ⟶ ، ﺃ ﺟ ⟶ على إستقامة واحدة

٤- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان غير متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفان لا يكونان على إستقامة واحدة.

تدريب

١- إذا كان : ق (∠ ب ﺃ ء) = ٧٠ ° ، ق (∠ ﺟ ﺃ ء) = ١١٠ ° فإن ﺃ ب ⟶ ، ﺃ ﺟ ⟶ . . . .
٢- إذا كان : ق (∠ ﺟ ﺃ ء) = ٨١ ° ، ق (∠ ب ﺃ ء) = ٩٨ ° فإن ﺃ ب ⟶ ، ﺃ ﺟ ⟶ . . .

٥- مكملات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية فى القياس) تكون متساوية فى القياس
مثلا :إذا كان ∠ ﺃ تكمل ∠ ب ، ∠ ﺟ تكمل ∠ ب فإن :ق(∠ ﺃ) = ق(∠ ﺟ)

٤- الزاويتان المتقابلتان بالرأس:

هما زاويتان مشتركتان فى الرأس وكل من ضلعى إحداهما على إستقامة واحدة مع ضلع من ضلعي الزاوية الأخرى

إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس

فى الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ء جـ}}$ = { م }

فإن : ق (∠ ب م ء) = ق (∠ جـ م أ) ،

ق (∠ ب م جـ) = ق (∠ ء م أ)

مثال

في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ء جـ}}$ = {هـ}

ق (∠ أ هـ و) =٢٦ ، ق (∠ وهـ جـ) = ٤٥

اوجد ق (∠ ءهـب)

ق (∠ أ هـ جـ) = ٢٦ + ٤٥ = ٧١

ق (∠ أ هـ جـ)= ق (∠ ءهـب) = ٧١ للتقابل بالرأس

٥- الزوايا المتجمعة حول نقطة :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠ °

فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{\text{م أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{م ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{م جـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{م ء}}$ أشعة لها نفس نقطة البداية م

لذلك فإن :

ق (∠ ب م ء) + ق (∠ ء م أ) + ق (∠ أ م جـ) + ق (∠ جـ م ب) = ٣٦٠ °

مثال

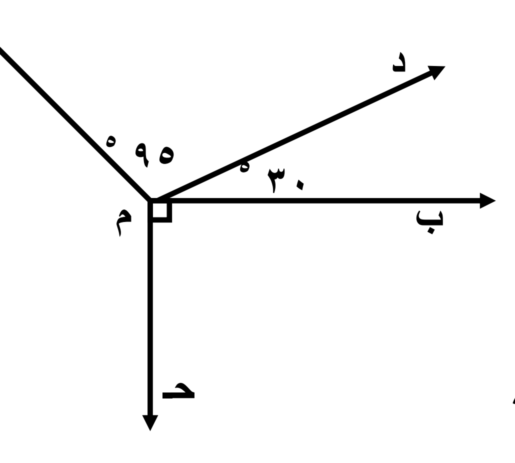
فى الشكل المقابل : أوجد ق(∠ أ م جـ)

الحل : ∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠ °

∴ ق(∠ أ م جـ) = ٣٦٠ - (٨٥+٤٠+٦٥)

= ٣٦٠ – ١٩٠ = ١٧٠

مثال في الشكل ا لمقابل :



ق(ب م̂ د) = ٣٠ ° ، ق(د م̂ هـ) = ٩٥ °

ق(ب م̂ حـ) = ٩٠ °

احسب: ق(حـ م̂ هـ) ، ق(حـ م̂ هـ) المنعكسة

هل : م ب ، م هـ على إستقامة واحدة

∵ مجموع قياسات ا لزوا يا ا لمتجمعة حول نقطة = ٣٦٠ °

∴ ق(حـ م̂ هـ) = ٣٦٠ ° ــ (٩٠ ° + ٣٠ ° + ٩٥ °)

= ٣٦٠ ° ــ ٢١٥ ° = ١٤٥ °

∴ ق(حـ م̂ هـ) المنعكسة = ٣٦٠ ° ــ ١٤٥ ° = ٢١٥ °

∵ ق(ب م̂ د) + ق(د م̂ هـ) = ٣٠ ° + ٩٥ ° = ١٢٥ ° ≠ ١٨٠ °

∴ م ب ، م هـ ليس على استقامة واحدة .

---

٦ ـ منصف الزاوية :

هو الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين لهما نفس القياس

فى الشكل المقابل : ب ء ينصف ∠ ٢ ب جـ

أى أن : ق (∠ ٢ ب ء) = ق (∠ ء ب جـ)

= $\frac{١}{٢}$ ق (∠ ٢ ب جـ)



مثال في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{بهـ}$ ينصف د $\widehat{ب}$ حـ ، ق(٢ $\widehat{ب}$ د)= ٣٦ °

ب∈$\overleftrightarrow{أجـ}$ أوجد : ق(د $\widehat{ب}$ هـ) ، ق(أ $\widehat{ب}$ هـ)

الحـــــــــل :

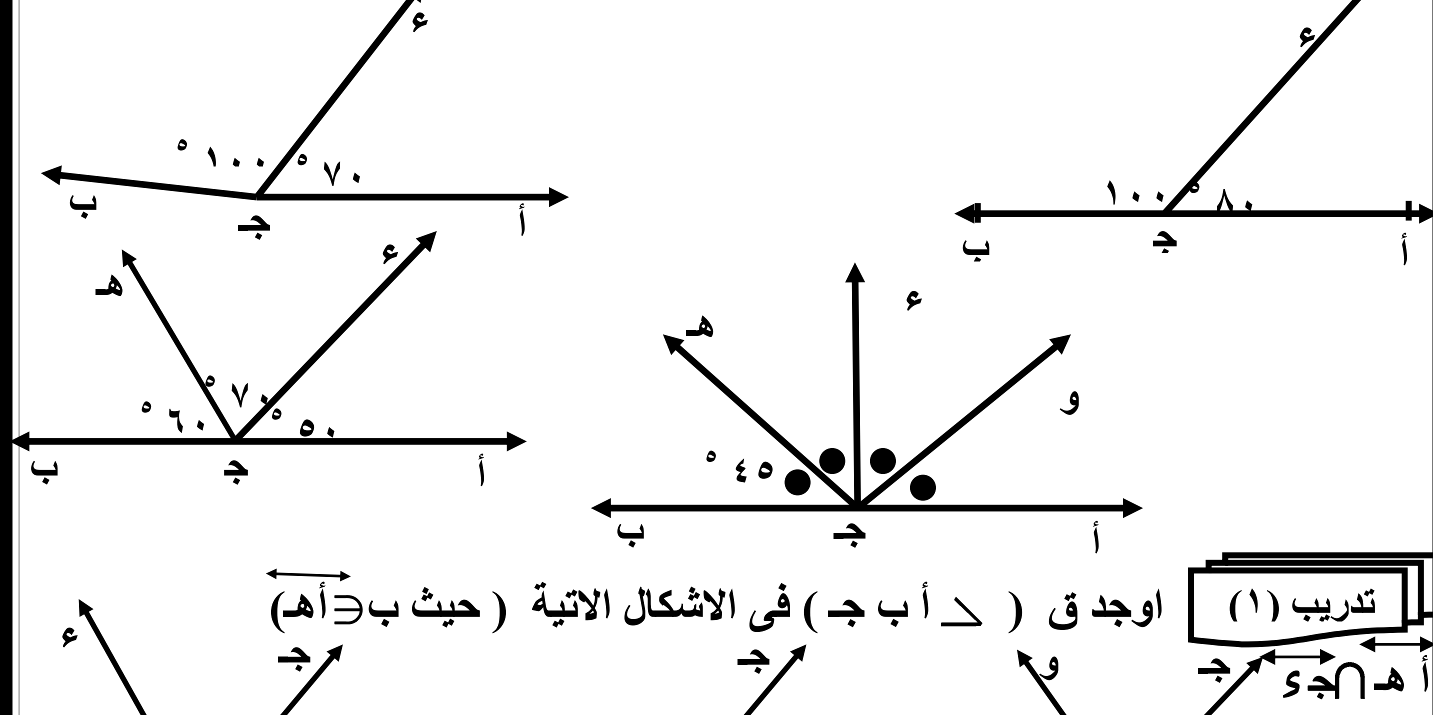
∵ ق(٢ $\widehat{ب}$ حـ) = ١٨٠ ° لانه زاوية مستقيمة

∴ ق(د $\widehat{ب}$ حـ)= ١٨٠ °ــ ٣٦ ° = ١٤٤ °

∵ $\overleftarrow{بهـ}$ ينصف د $\widehat{ب}$ حـ ∴ ق(د $\widehat{ب}$ هـ) = ق(هـ $\widehat{ب}$ حـ) = $\frac{١٤٤}{٢}$ =٧٢°

ق(أ $\widehat{ب}$ هـ) ٧٢ °+ ٣٦ ° = ١٠٨°

تدريب في الأشكال الآتية أذكر هل $\overleftarrow{جـ أ}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ على استقامة واحدة أم لا مع ذكر السبب



تدريب (١) اوجد ق (∠ أ ب جـ) فى الاشكال الاتية (حيث ب∈$\overleftrightarrow{أهـ}$)

$\overleftrightarrow{أهـ}$ ∩ $\overleftrightarrow{جـء}$ = {ب}

تدريب (٢) في الشكل المقابل اوجد ق (∠ أ ب جـ)



تمارين على مفاهيم و تعاريف هندسية

١ – أكمـــل ما ياتى :

(١) نوع الزاوية التى قياسها ٥٧° هو ٠٠٠٠٠

(٢) نوع الزاوية التى قياسها ٢١٠° هو ٠٠٠٠٠

(٣) نوع الزاوية التى قياسها ٩٠° هو ٠٠٠٠٠

(٤) نوع الزاوية التى قياسها ١٤٥° هو ٠٠٠٠٠

(٥) قياس الزاوية المستقيمة = ٠٠٠٠٠ °

(٦) قياس الزاوية الصفرية = ٠٠٠٠٠ °

(٧) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٠٠٠٠٠ °

(٨) الزاوية التى قياسها ٥٠° تتمم زاوية قياسها ٠٠٠٠٠ °

(٩) الزاوية التى قياسها ١٥٠° تكمل زاوية قياسها ٠٠٠٠٠ °

(١٠) الزاوية التى قياسها ٦٤° تتمم زاوية قياسها = ٠٠٠٠٠ °

، و تكمل زاوية قياسها = ٠٠٠٠٠ °

(١١) قياس الزاوية التى تكافئ قائمتين = ٠٠٠٠٠° و تسمى زاوية ٠٠٠٠٠

(١٢) الزاوية الحادة تتممها زاوية ٠٠٠٠٠ ، و تكملها زاوية ٠٠٠٠٠

(١٣) الزاوية الصفرية تتممها زاوية ٠٠٠٠٠ ، و تكملها زاوية ٠٠٠٠٠

(١٤) إذا كان : ق (∠ أ) = ٧٤° فإن : ق (∠ أ) المنعكسة = ٠٠٠٠٠ °

(١٥) إذا كان : ∠ أ ، ∠ ب متتامتان ، ق (∠ أ) = ٯ (∠ ب)

فإن :ق (∠ أ) = ٠٠٠٠٠ °

(١٦) إذا كان : ∠ أ ، ∠ ب متكاملتان ، ق (∠ أ) = ق (∠ ب)

فإن :ق (∠ أ) =٠٠٠٠٠ °

(١٧) إذا كان : ق (∠ ب) = ٣ ق (∠ أ) = ٩٠ °

فإن :ق (∠ جـ) =٠٠٠٠٠

(١٨) إذا كان : ق (∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ ب) ، ق (∠ أ) =٣٠ °

فإن : ∠ أ ، ∠ ب تكونان ٠٠٠٠٠

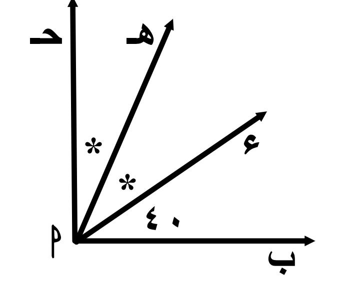
(١٩) المنصفان لزاويتين متجاورتين و متكاملتين يكونان ٠٠٠٠٠

(٢٠) الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان يكون الضلعان المتطرفان ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(٢١) الزاويتان المتجاورتان المتتامتان يكون الضلعان المتطرفان ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(٢٢) إذا كان ∠ أ تكمل ∠ جـ ، ∠ أ تكمل ∠ ب فان ∠ جـ ، ∠ ب ٠٠٠٠٠٠

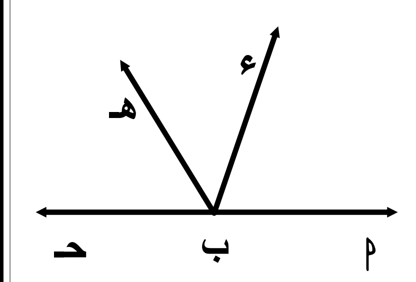
(٢٣) عدد الزوايا بالشكل٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠



٢ – فى الشكل المقابل : إذا كان :

ق (∠ ب ٢ ء) = ٤٠ ° ، ٢ هـ ينصف ∠ حـ ٢ ء

٢ حـ ⊥ ٢ ب فإن : ق (∠ هـ ٢ ء) = ٠٠٠٠٠ °

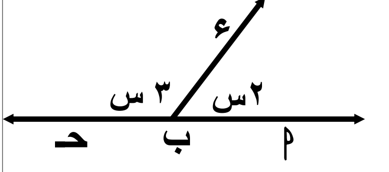


٣ – فى الشكل المقابل : إذا كان :

ق (∠ ء ب هـ) = ٥٥ ° ، ب هـ ينصف ∠ حـ ب ء

ب ∈ ٢ حـ فإن : ق (∠ ٢ ب ء) = ٠٠٠٠٠ °

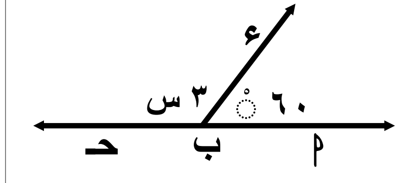
ق (∠ ٢ ب هـ) = ٠٠٠٠٠ °



٤ – فى الشكل المقابل :: إذا كان :

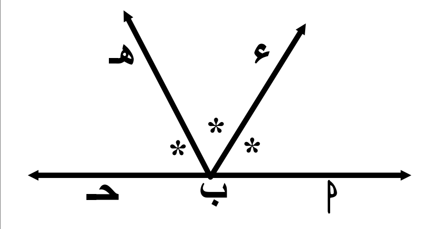
ب ∈ ٢ حـ فإن : س = ٠٠٠٠٠ °

ق (∠ ٢ ب ء) = ٠٠٠٠٠ °



٥ – فى الشكل المقابل :: إذا كان :

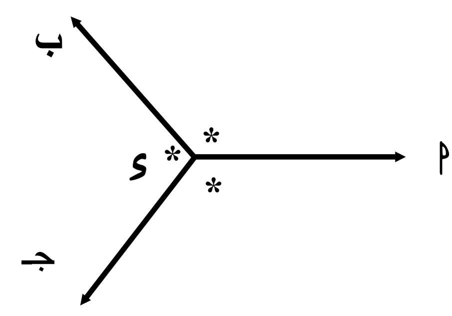
ب ∈ ٢ حـ فإن : س = ٠٠٠٠٠ °



٦ – فى الشكل المقابل :: إذا كان :

ب ∈ ٢ حـ فإن : ق (∠ ٢ ب ء) = ٠٠٠٠٠ °

ق (∠ ٢ ب هـ) = ٠٠٠٠٠ °



٧ – فى الشكل المقابل :

ق (∠ ٢ ى ب) = ٠٠٠٠٠ °

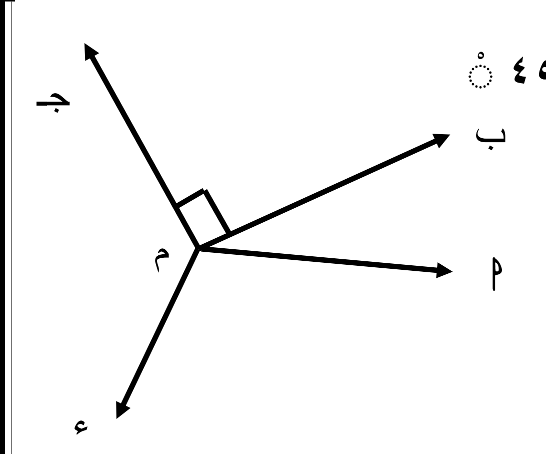


٨- فى الشكل المقابل :

ق (∠ ٲ م ء) = ١١٠ ° ، ق (∠ ٲ م ب) = ٤٥ °

ق (∠ ب م جـ) = ٩٠ °

أوجد ق (∠ ء م جـ)

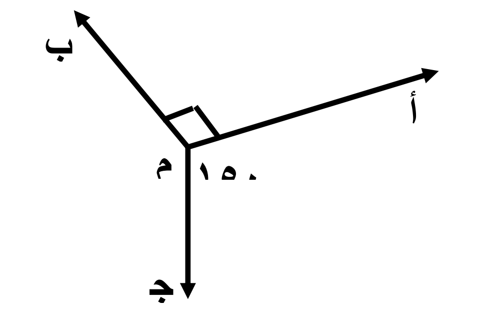


٩- فى الشكل المقابل :

ق (∠ أ م ب) = ٩٠ °

ق (∠ أ م جـ) = ١٥٠ °

أوجد ق (∠ ب م جـ)



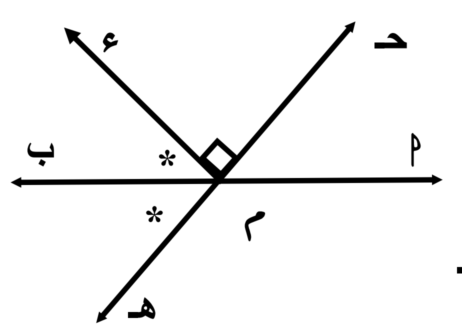
١٠ – فى الشكل المقابل : إذا كان :

ٲب ∩ جـ هـ = { م } ، م ء ⊥ جـ هـ

، م ب منصف ∠ ء م هـ

اوجد قياسات الزوايا التالية

∠ ب م هـ ، ∠ ء م هـ ، ∠ ٲ م جـ ، ∠ ٲ م هـ



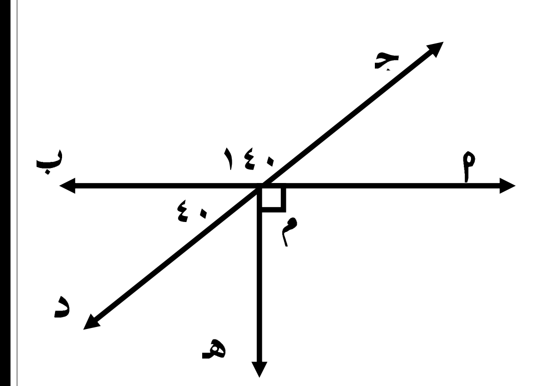
١١- فى الشكل المقابل :

م ∈ ٲب ، م هـ ⊥ ٲب ، ق (∠ جـ م ب) = ١٤٠

، ق (∠ ب م د) = ٤٠

هل م جـ ، م د على استقامة واحدة ؟ و لماذا ؟

أوجد : ق (∠ هـ م د)





التطابق

(١) <u>تتطابق قطعتين مستقيمتين</u> : إذا كانتا متساويتين في الطول .

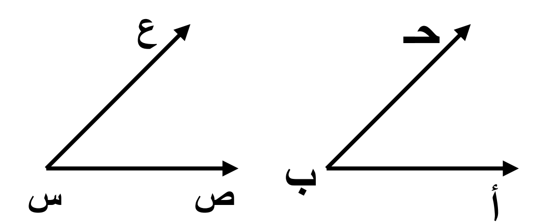
إذا كان طول $\overline{\text{ﻡ ب}}$ = طول $\overline{\text{حـ د}}$

فإن : $\overline{\text{ﻡ ب}}$ ≡ $\overline{\text{حـ د}}$ و العكس

كل قطعتين مستقيمتين متطابقتين تكونان متساويتين فى الطول

" الرمز ≡ " يعبر عن عملية التطابق

(٢) <u>تتطابق زاويتان</u> : إذا كانتا متساويتين في القياس .



إذا كان ق(ﻡ ب̂ حـ) = ق(س ص̂ ع)

فإن : (ﻡ ب̂ حـ)≡ (س ص̂ ع) و العكس

كل زاويتين متطابقتين تكونان متساويتين فى القياس

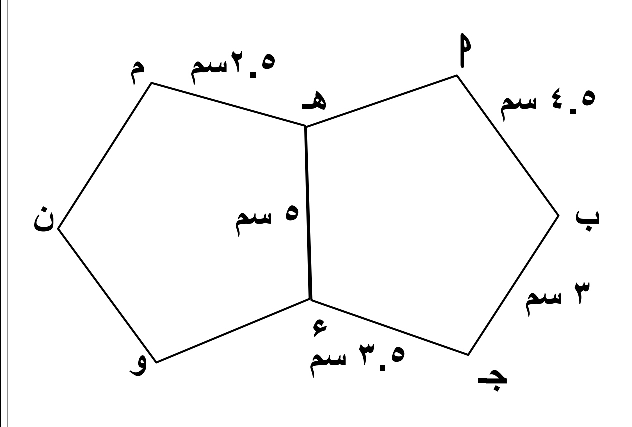
(٣) <u>تطابق مضلعين</u> :

يتطابق المضلعان إذا وجد تناظر بين رؤوسيهما بحيث يطابق كل ضلع و كل زاوية في المضلع الأول نظيره في المضلع الآخر .

أي يتطابق المضلعان إذا كانت ١- أضلاعه المتناظرة متساوية في الطول.

٢- زواياه المتناظرة متساوية في القياس.

إذا كان مضلعين متطابقين فإن كل ضلع و كل زاوية في أحدهما يطابق نظيره في الأخر.



مثال

في الشكل المقابل :

المضلع أ ب حـ د هـ ≡ م ن و د هـ

اكمل :

[أ] الرأس ب تناظر الرأس ....

[ب] $\overleftrightarrow{\text{هـ ء}}$ محور تماثل للشكل .....

[حـ] ق(ﻡ̂) = ق(....)

[د] أ هـ = ... = ... سم

[هـ] ق(هـ د̂ حـ) = ق(.....)

[ى] محيط المضلع هـ د و ن م = ...

[ز] محيط الشكل أ ب حـ د و ن م هـ = ...



تمارين على التطابق

١ – أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان : س ص = حـ ء فإن : ....

(٢) إذا كانت : ٢ب ≡ حـ ء ، كان : حـ ء = ٥ سم فإن : ا ب = ... سم

(٣) إذا كان : ق (ـحـ) = ق (ـ ء) فإن : ....

(٤) إذا كان :ـحـ ≡ـ ء ، كان : ق (ـحـ) = ٤٥° فإن : ق (ـ ء) = ... °

(٥) إذا كان : حـ منتصف ٢ب فإن : .... ≡ ....

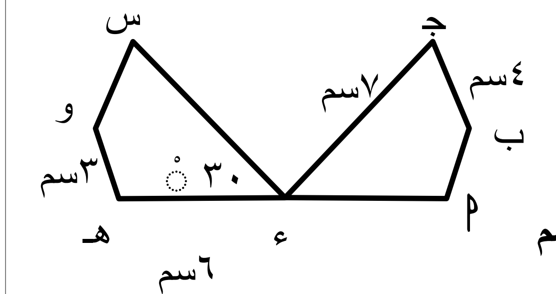
(٦) إذا كان : المضلع س ص ع ل م ≡ المضلع ا ب حـ ء هـ فإن : س ص = ... سم

(٧) إذا كان : المضلع س ص ع ل م ≡ المضلع ا ب حـ ء هـ فإن : ـحـ ≡ ....

(٨) إذا كانت :ـحـ تتمم ـ ء ، كانت : ـحـ ≡ـ ء فإن : ق (ـ ء) = ... °

(٩) إذا كانت :ـحـ تكمل ـ ء ، كانت : ـحـ ≡ـ ء فإن : ق (ـ ء) = ... °

(١٠) يتطابق المربعان اذا تساوي .... بينما يتطابق المستطيلان تساوي ....



٢– فى الشكل المقابل :

المضلع ء ٢ ب حـ ≡ المضلع ء هـ و س ، ء ∈ ٢هـ

ء هـ = ٦ سم ، هـ و = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

، حـ ء = ٧ سم ، ق (ـ هـ ء س) = ٣٠ °

أكمل ما يأتى :

(١) ٢ب ≡	(٢) ـ و ≡ ....

(٣) ء س = ... سم	(٤) ٢ هـ = ... سم

(٥) محيط المضلع ء هـ و س = ... سم	(٧) ق (ـ٢ ء حـ) = ... °

(٦) محيط الشكل ٢ ب حـ ء س و هـ = ... سم	(٨) ق (ـ حـ ء س) = ... °

أختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) اذا كان المثلث أ ب جـ ≡ س ص ع فإن

[أب = س ع ، جـ ب = س ع ، أ جـ = ص ع ، ع ص = جـ ب]



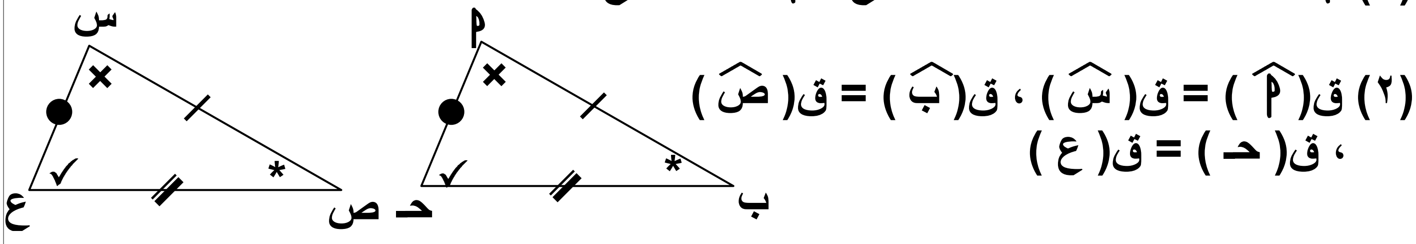
تطابق المثلثات

نعلم أن :
* لأي مثلث ثلاثة أضلاع و ثلاث زوايا و تُسمى العناصر الست للمثلث .
* يتطابق المثلثان إذا وجد تناظر بين رُؤوس المثلثين بحيث يطابق كل عنصرمن العناصر الستة لأحدهم العنصر المناظر من المثلث الأخر.

△ △ أ ب حـ ، س ص ع فيهما :

(١) ﾑ ب = س ص ، ب حـ = ص ع ، ﾑ حـ = س ع

(٢) ق(ﾑ^) = ق(س^) ، ق(ب^) = ق(ص^) ، ق(حـ) = ق(ع)



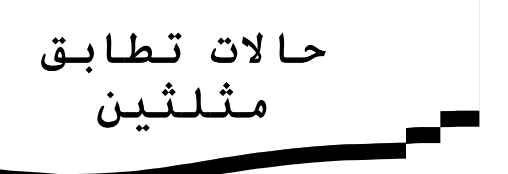
فإن : △ ﾑ ب حـ يطابق △ س ص ع و يكتب : △ ﾑ ب حـ ≡ △ س ص ع ، العكس

الحالة الاولي يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

الحالة الثانية يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

الحالة الثالثة يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع فى أحد المثلثين مع نظيره فى المثلث الآخر

الحالة الرابعة يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر و أحد ضلعى القائمة فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر



ضلعين و زاوية ومحصورة بينهما	زاويتان و ضلع مرسوم بينهما	الأضلاع الثلاثة	وتر و ضلع فى المثلث القائم

تدريب

هل المثلثان متطابقان ؟

إذا كان المثلثان متطابقين ، اكتب حالة التطابق ، إذا كان غير متطابقين اذكر السبب .

ملحوظة هامة: العلامات المتشابهة على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات .

لإثبات تطابق مثلثين يكفى إثبات تكفى ثلاثة عناصر من فى أحدهما مع نظائرها فى المثلث الآخرإحداها ضلع على الأقل و بالتالى تكون العناصر الثلاثة الأخرى مطابقة لنظائرها فى المثلث الآخر

[١] أ ، ب ، حـ ، د ، و

[٢] أ ، ب ، حـ ، د

[٣] أ ، ب ، حـ ، د

[٤] أ ، ب ، حـ ، ء

[٥] أ ، ب ، حـ ، د ، و

[٦] أ ، ب ، حـ ، د ، و

[٧] أ ، ب ، حـ ، د ، و

[٨] م ، ن ، ط ، د ، هـ ، و

[٩] د ، حـ ، ب ، هـ ، أ

مثال

فى الشكل المقابل :

أدرس حالة التطابق ثم أستنتج $\overleftarrow{ء ى}$ ينصف ∠ ب ء حـ

في ΔΔ ء ب ى ، ء حـ ى

فيهما:
- ء ب = ء حـ معطي
- ب ى = ى جـ معطي
- $\overline{ء ى}$ ضلع مشترك

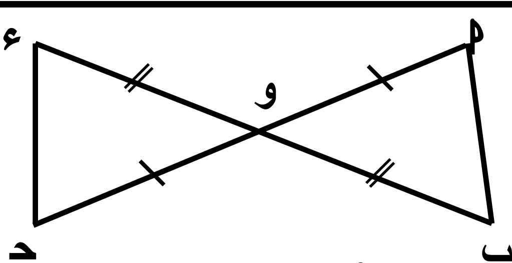
∴ Δ أ ب ى ≡ Δء جـ ى

ومن التطابق ينتج أن ق (∠ ب ء ى) = ق (∠ جـ ء ى)

∴ $\overleftarrow{ء ى}$ ينصف ∠ ب ء حـ

مثال

في الشكل المقابل ادرس حالة التطابق



في ΔΔ ء و ب ، جـ و ى

فيهما:
- ء و = جـ معطي
- ب و = ى و معطي
- ق (∠ ء وب) = ق (∠ جـ و ى) للتقابل بالرأس

∴ Δء و ب ≡ Δ جـ و ى

مثال

في الشكل المقابل

أوجد قياسات زوايا المثلث المجهولة في المثلث ء ى هـ



في Δء ب جـ

ق (∠ ء جـ ب) = ١٨٠ – (٩٠+٥٧) = ٣٣ ْ

في ΔΔ ء ب جـ ، هـ ى ء

فيهما:
- ء جـ = هـ ء معطي
- ب جـ = ى ء معطي
- ق (∠ ءبجـ) = ق (∠ هـ ى ء) = ٩٠

∴ Δء ب جـ ≡ Δهـ ى ء



ومن التطابق ينتج ان

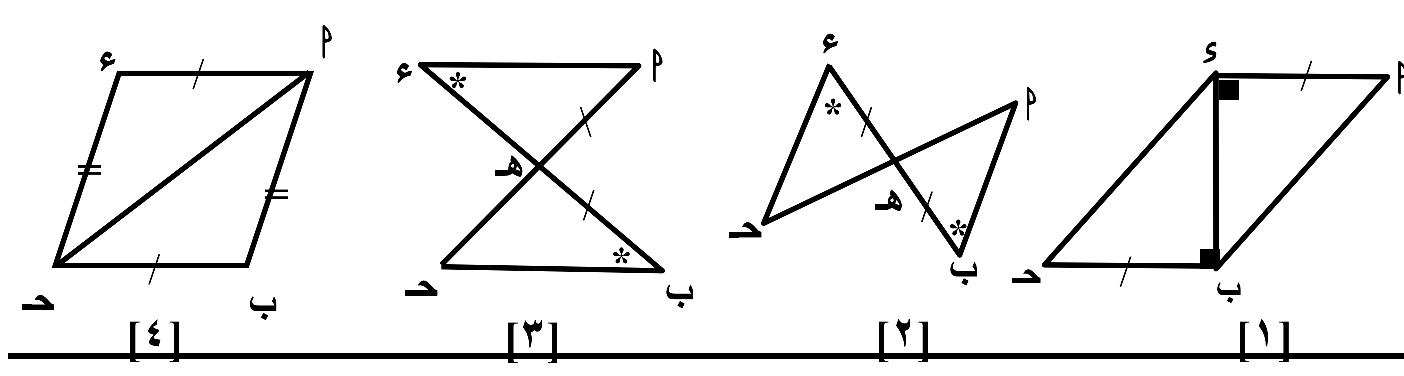
ق (∠ ى هـ ء) ق (∠ ب ء جـ) = ٥٧ ْ

ق (∠ هـ ء ى) ق (∠ ء جـ ب) = ٣٣ ْ



تمارين على تطابق المثلثات

١ – فى الاشكال المقابلة: العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات بين ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، إذا كانا متطابقين أذكر حالة التطابق و نتائج التطابق ، إذا كانا غير متطابقين أذكر السبب



٢ – فى الشكل المقابل ::

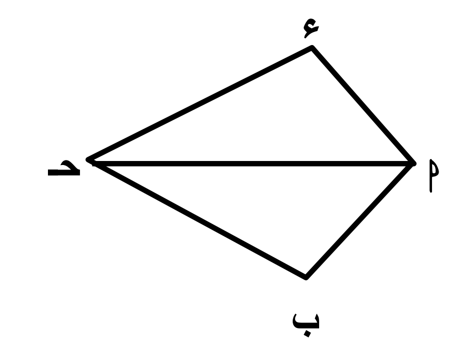
$\overleftrightarrow{\text{ا حـ}}$ ينصف زاويتى ء حـ ب ، ء ا ب

، ق (∠ ء) = ١٠٠ ْ ، ء حـ = ٦ سم

أكمل ما يأتى : Δ ا ء حـ ≡ Δ .....

، ق (∠ ب) = ... ْ

، ب حـ = ... سم





٣ – فى الشكل المقابل :

ا ب = ء حـ ، ا حـ = ء ب

، ق (∠ ا) = ٣٠ ْ

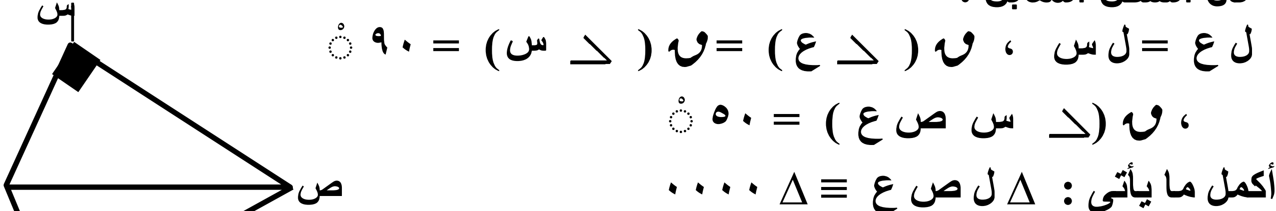
أكمل ما يأتى : Δ ا ب حـ ≡ Δ .....

، ق (∠ ء) = ... ْ

، ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ .....)



٤ – فى الشكل المقابل :



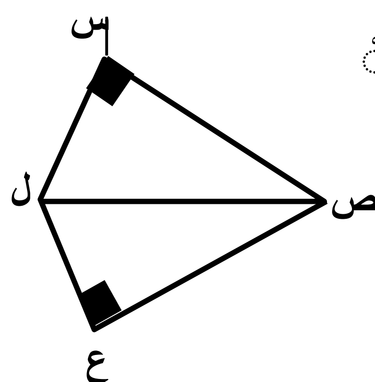
ل ع = ل س ، ق (∠ ع) = ق (∠ س) = ٩٠ ْ

، ق (∠ س ص ع) = ٥٠ ْ

أكمل ما يأتى : Δ ل ص ع ≡ Δ .....

، ص ع = ...

ق (∠ ل ص س) = ... ْ

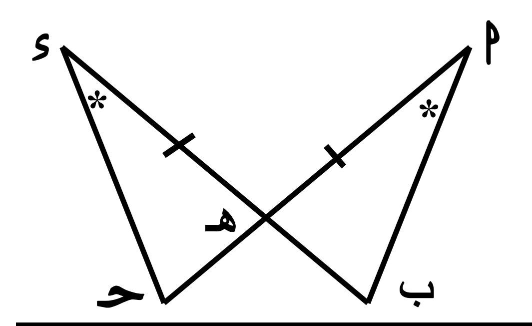


٥- فى الشكل المقابل :

م هـ = هـ ء

ق(ب م هـ) = ق(هـ ء جـ)

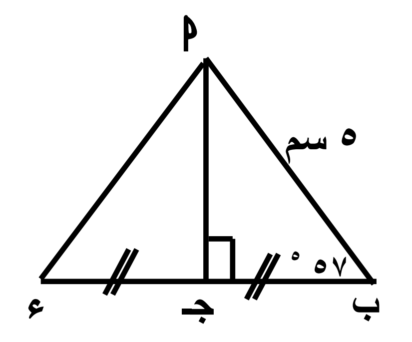
إثبت أن : ب هـ = جـ هـ



٦- فى الشكل المقابل :

أوجد ١) طول م ء

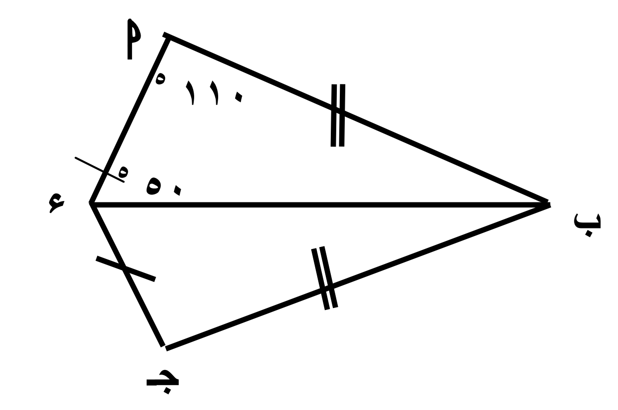
٢) ق (∠ ء أ جـ)



٧- فى الشكل المقابل :

أوجد ق (∠ م ب ء)

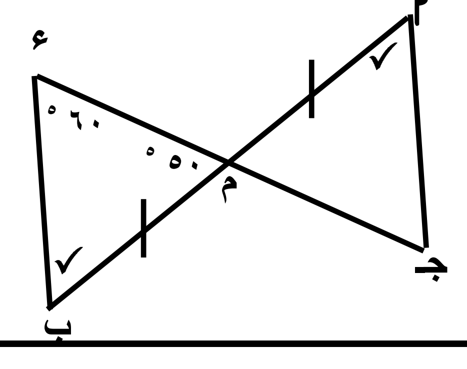
ق (∠ م ب جـ)



٨- فى الشكل المقابل :

اوجد ق (∠ جـ)

(∠ م)،



٩- فى الشكل المقابل :

أوجد ق (∠ ء)



التـــــوازى

إذا رسم مستقيم $ل_3$ قاطع للمستقيمين $ل_1$ ، $ل_2$ كما بالشكل :
ينتج ثمانية زوايا تصنف إلى :

زوايا متبادلة مثل : ∠ ٣ ، ∠ ٥ ، ∠ ٤ ، ∠ ٦

زوايا متناظرة مثل : ∠ ١ ، ∠ ٥ ، أيضاً ∠ ٢ ، ∠ ٦
، أيضاً ∠ ٣ ، ∠ ٧ ، أيضاً ∠ ٤ ، ∠ ٨

زوايا داخلة و فى جهة واحدة من القاطع مثل : ∠ ٤ ، ∠ ٥ ، أيضاً ∠ ٣ ، ∠ ٦

متقابلة بالرأس مثل : ∠ ١ ، ∠ ٣ ؛ ∠ ٢ ، ∠ ٤ .....

أوضاع مستقيمين فى مستوى واحد :

مستقيمان متقاطعان	مستقيمان متوازيان	مستقيمان منطبقان
أ ب ∩ حـ د = { م }	أ ب ∩ حـ د = Ø	أ ب ≡ حـ ب

ملحوظة : المستقيمين المتخالفين هما مستقيمين لا يتوازيان ولا يتقاطعان بهذا فانهما يكونان في مستوين مختلفين

الزوايا الناتجة من قطع مستقيم مستقيمين متوازيين

الزوايا المتناظرة : مثل [(١ ، ٥) ، (٤ ، ٨) ، (٣ ، ٧) ، (٦ ، ٢)]

الزوايا المتبادلة : مثل [(٣ ، ٦) ، (٤ ، ٥)]

الزوايا الداخلة : مثل [(٣ ، ٥) ، (٤ ، ٦)]

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

١- كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس .

ق(∠ ٣) = ق(∠ ٦) ، ق(∠ ٤) = ق (∠ ٥) بالتبادل

٢- كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس .

ق(∠ ١) = ق(∠ ٥) ، ق(∠ ٢) = ق (∠ ٦) بالتناظر

ق(∠ ٤) = ق(∠ ٨) ، ق(∠ ٣) = ق (∠ ٧) بالتناظر

٣- كل زاوتيين داخلتين و في جهة واحدة من القاطع متكاملتان .

ق(∠ ٣) + ق(∠ ٥) = ١٨٠ ° ، ق(∠ ٤) + ق(∠ ٦) = ١٨٠ °

لانهما داخلتان و في جهة واحدة من القاطع .

شروط توازي مستقيمين

يتوازي مستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وتحقق أحد الشروط الآتية :

١- زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس .

٢- زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس .

٣- زاويتان داخلتان و في جهة واحدة من القاطع متكاملتان .

حقائق هندسية

إذا وازى مستقيمان مستقيما ثالثا كان هذان المستقيمان متوازيان .

أو المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان .

∵ ل١ // ل٣ ، ل٢ // ل٣

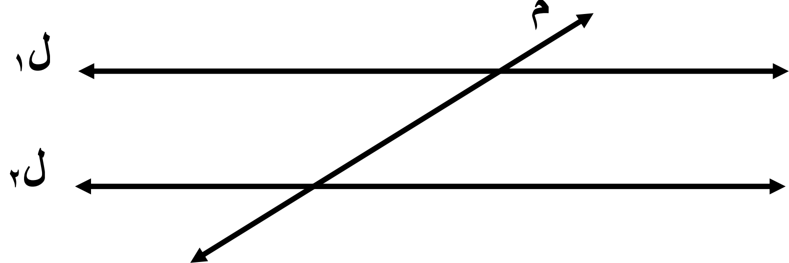
∴ ل١ // ل٢

ل١

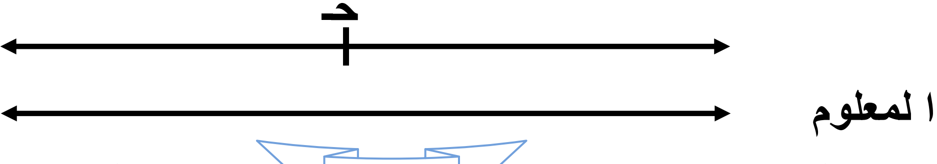
ل٢

ل٣

إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع الآخر .



من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم وحيد يوازى المستقيم المعلوم .



توازى قطعتين مستقيمتين :

إذا كان ل١ // ل٢ ، ءب ⊂ ل١ ، حـ د ⊂ ل٢

فإن ءب // حـ د

توازى شعاعين :

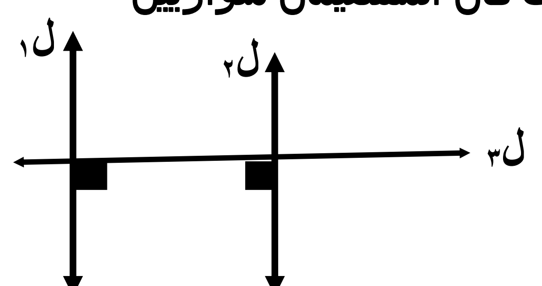
إذا كان ل١ // ل٢ ، ءب ⊂ ل١ ، حـ د ⊂ ل٢ فإن ءب // حـ د

المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين يكون عمودياً على الآخر

إذا كان ل١ // ل٢ ، ل٣ ⊥ ل٢

فان ل٣ ⊥ ل١

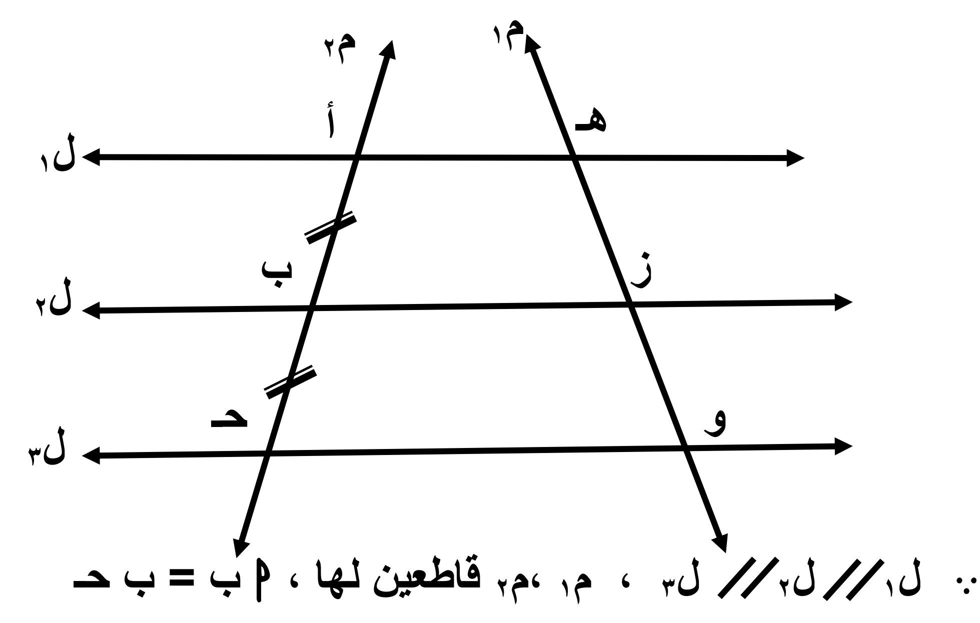
إذا كان كل من مستقيمين عمودى على ثالثاً فى المستوى كان المستقيمان متوازيين



إذا كان ل١ ⊥ ل٢ ، ل٣ ⊥ ل٢

فان ل٣ // ل١

إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية و كانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية في الطول فأن الأجزاء المحصورة بينها لأي قاطع آخر تكون متساوية في الطول أيضاً .



∵ ل١ // ل٢ // ل٣ ، م١ ، م٢ قاطعين لها ، ءب = ب حـ

∴ هـ ز = ز و



مثال
في ا لشكل ا لمقابل : ؋ ب // حـ د
اوجد ق(∠ ؋ حـ د)
∵ ؋ ب // حـ د ، ؋ حـ قاطع لهما
∴ ق(∠ب ؋ حـ) = ق(∠ ؋ حـ د) = ٣٤ ° بالتبادل

مثال
في ا لشكل ا لمقابل : س ص// د حـ
أوجد ق(∠ ص س و)، ق(∠ ص س د)
∵ س ص// د حـ ، د و قاطع لهما
∴ ق(∠ ص س و) = ق(∠ حـ د س) = ٥٠ ° بالتناظر
∵ س ص // د حـ ، د س قاطع لهما
∴ ق(∠ ص س د) + ق(∠ حـ د س) = ١٨٠ °
لأنهما داخلتان وفى جهة واحدة
∴ ق(∠ ص س د) = ١٨٠ ° ــ ٥٠ ° = ١٣٠ °

مثال
في ا لشكل ا لمقابل : ب ؋ // د حـ ، د هـ // حـ ب ، ق(∠ د) = ١١٦
أوجد ق (∠ ب)
∵ د هـ // حـ ب ، د حـ قاطع
∴ ق(∠ب حـ د) = ١٨٠ ــ ١١٦ = ٦٤ °
∵ ب ؋ // د حـ ، ب حـ قاطع
∴ ق(∠ ؋ ب حـ) = ق(∠ ب حـ د) = ٦٤ ° بالتبادل

مثال
في الشكل المقابل : ؋ ب // د حـ ، ق(∠د حـ ؋ ب) = ٧٠ ، ق(∠د هـ د حـ)= ١١٠
أثبت أن : د هـ // حـ ؋
البرهان : ∵ ؋ ب // د حـ ، ؋ حـ قاطع
∴ ق(∠ د ب ؋ حـ) = ق(∠د ؋ حـ د)= ٧٠ بالتبادل
∵ ق(∠د هـ د حـ) + ق(∠د د حـ ؋) = ١١٠ + ٧٠ = ١٨٠
و هما داخلتان و في جهة واحدة ∴ د هـ // حـ ؋

مثال

في الشكل المقابل : أ س // ب حـ ، أ س ينصف د ب أ ص ، ق(د ب أ حـ) = ٥٠° ، أ ∈ حـ ص

احسب بالبرهان : ق(د أ ب حـ) ، ق(د أ حـ ب)



البرهان : ∵ ق(د ص أ حـ) = ١٨٠ مستقيمة

∴ ق(د ص أ ب) = ١٨٠ ـ ٥٠ = ١٣٠

∵ أ س ينصف د ص أ ب

∴ ق(د ص أ س) = ق(د س أ ب) = ١٣٠ ÷ ٢ = ٦٥

∵ أ س // ب حـ ، أ ب قاطع

∴ ق(د س أ ب) = ق(د أ ب حـ) = ٦٥ بالتبادل

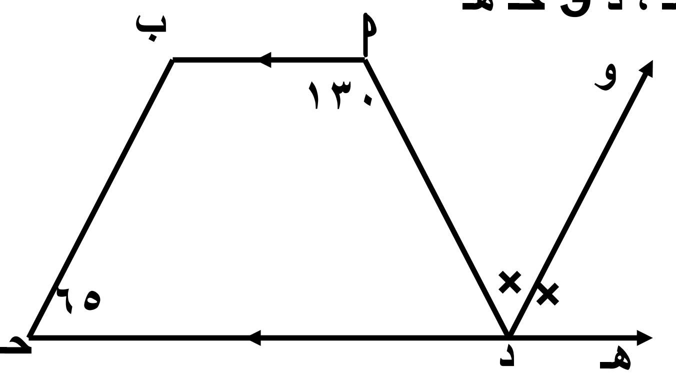
∵ أ س // ب حـ ، ص حـ قاطع

∴ ق(د ص أ س) = ق(د أ حـ ب) = ٦٥ بالتناظر

مثال

في الشكل المقابل: أ ب // حـ هـ ، ق(د د أ ب) = ١٣٠، ق(د ب حـ د) = ٦٥

د و ينصف د أ د هـ ، د ∈ حـ هـ



برهن أن : د و // حـ ب

البرهان : ∵ أ ب // حـ هـ ، أ د قاطع

∴ ق(د ب أ د) = ق(د أ د هـ) = ١٣٠ بالتبادل

∵ د و ينصف د أ د هـ

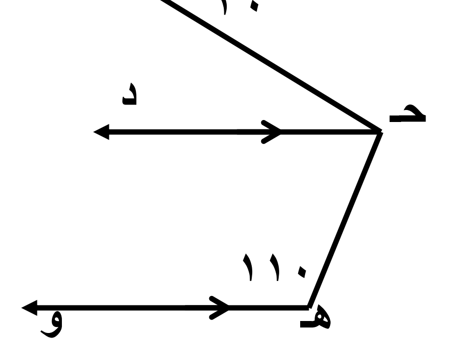
∴ ق(د أ د و) = ق(د و د هـ) = ١٣٠ ÷ ٢ = ٦٥

∵ ق(د و د هـ) = ق(د حـ) = ٦٥ و هما في وضع تناظر ∴ د و // حـ ب

مثال

في الشكل المقابل : ب ٩ // حـ د // هـ و ، ق(د ٩ ب حـ) = ٣٠ ، ق(د حـ هـ و) = ١١٠

المطلوب : أوجد كلا من : ق(د ب حـ د) ، ق(د هـ حـ ب)



البرهان :

∵ ب ٩ // حـ د ، ب حـ قاطع

∴ ق(د ٩ ب حـ) = ق (د ب حـ د) = ٣٠ بالتبادل

∵ حـ د // هـ و ، حـ هـ قاطع

∴ ق (د د حـ هـ) + ق(د حـ هـ و) = ١٨٠ داخلتان و في جهة واحدة

∴ ق(د د ح هـ) = ١٨٠ ـ ١١٠ = ٧٠

∴ ق(د ب حـ هـ) = ق(د ب حـ د) + ق(د د حـ هـ) = ٣٠ + ٧٠ = ١٠٠ °

مثال

في الشكل المقابل : ٩ ب حـ د متوازي أضلاع ، س منتصف ٩ ب

، س ص // ب حـ أثبت أن : ص حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب



∵ ٩ ب حـ د متوازي الأضلاع

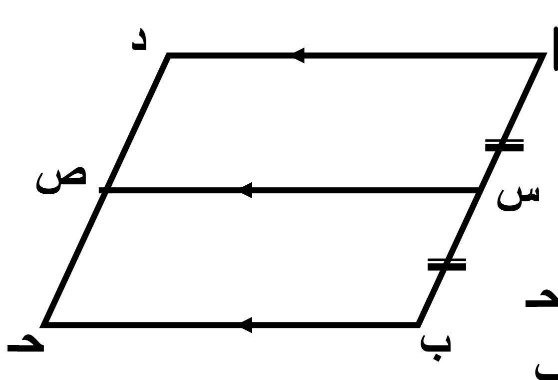
∴ ٩ د // ب حـ ، س ص // ب حـ

∴ ٩ د // س ص // ب حـ

، ٩ ب ، د حـ قاطعين لها ، ٩ س = س ب

∴ د ص = ص حـ ∴ ص حـ = $\frac{1}{2}$ د حـ

∵ ٩ ب = د حـ ∴ ص حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب



مثال

٩ ب حـ مثلث ، هـ منتصف ٩ ب رسم هـ د // ب حـ ويقطع ٩ حـ في د

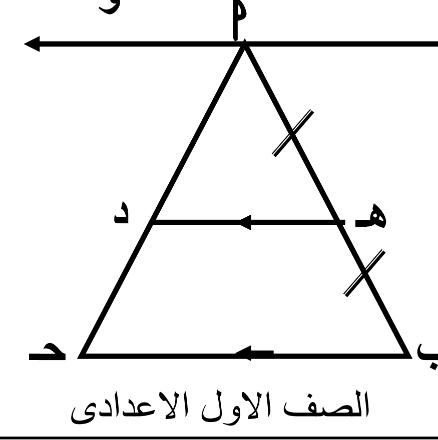
برهن أن : ٩ د = د حـ

البرهان :

نرسم ٩ و // ب حـ

∵ ٩ و // هـ د // ب حـ ، ٩ ب ، ٩ حـ قاطعين لها

بحيث ٩ هـ = هـ ب ∴ ٩ د = د حـ



مثال

في الشكل المقابل : أ م = م جـ ، ب م = م ء

إثبت أن : أب // ء جـ

في Δ Δ أ ب م ، ء م جـ

فيهما:
- أ م = م جـ
- ب م = م ء
- ق(أ م ب) = ق (ء م جـ)

∴ Δ أ ب م ≡ Δ جـ ء م

ومن التطابق ينتج أن : ق(أ) = ق(جـ) وهما متبادلتان ∴ أب // ء جـ



مثال

في الشكل المقابل :

ب جـ // أ د ، ق(∠ ب) = ١٠٨°

، ق(∠ جـ د هـ) = ٧٢

هل أب // جـ د ؟ ولماذا ؟

الحل : ∵ ب جـ // أ د ، أب قاطع

∴ ق(∠ أ) = ١٨٠ − ١٠٨ = ٧٢

∵ ق(∠ أ) = ق(∠ جـ ء هـ) = ٧٢ وهما متبادلتان ∴ أب // جـ د

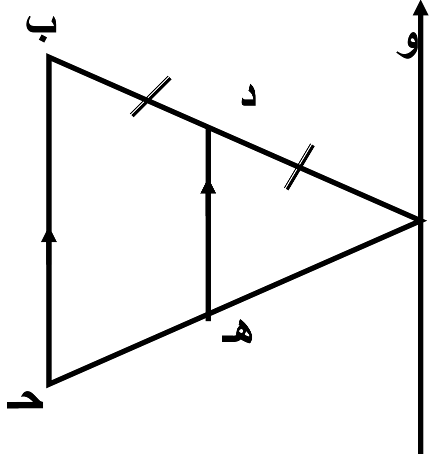
مثال

في الشكل المقابل : أو // د هـ // ب حـ

أ د = ب د

أ د = ٥سم ، أ هـ = ٤.٥سم، ب جـ = ٦سم

أوجد محيط Δ أ ب حـ



البرهان ∵ أو // هـ د // ب حـ ، أب ، أحـ قاطعين لها

، أد = ب د = ٥ سم، ∴ أ هـ = هـ جـ = ٤.٥ سم

∴ محيط Δ أ ب حـ = ٩ + ١٠ + ٦ = ٢٥ سم

تمارين على التـــوازى

١ – أكمل ما يأتى :

(١) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن : ..... ، ..... ، .....

(٢) إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه .....

(٣) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان ....

(٤) المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين يكون .....

(٥) إذا كان كل من مستقيمين عموديان على ثالثاً كان المستقيمان ....

(٦) إذا قطع مستقيم مستقيمين و كانت زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس كان ...

(٧) إذا قطع مستقيم مستقيمين و كانت زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس كان ..

(٨) إذا كانت ا ∉ للمستقيم فإن عدد المستقيمات التى تمر بنقطة ا وتوازى مستقيم معلوم يساوى ..

٢- فى الشكل المقابل:

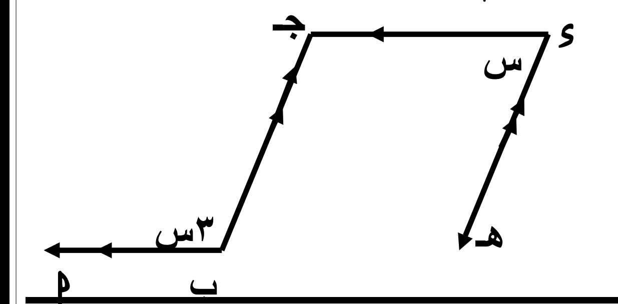
إذا كان ا جـ // ء هـ ، ق (∠ا)= ١٢٠°

، ق (∠ء)= ٦٠° أثبت أن ا ب // جـ ء

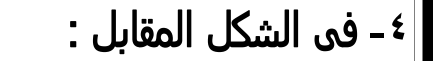
٣- فى الشكل المقابل :

جـ ء // ب ا ، ء هـ // ب جـ

أوجد قيمة : س



٤- فى الشكل المقابل :

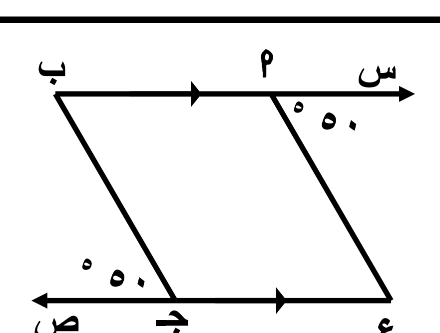


ا ب // ء هـ ، أوجد : ق (∠ د ا جـ)

---

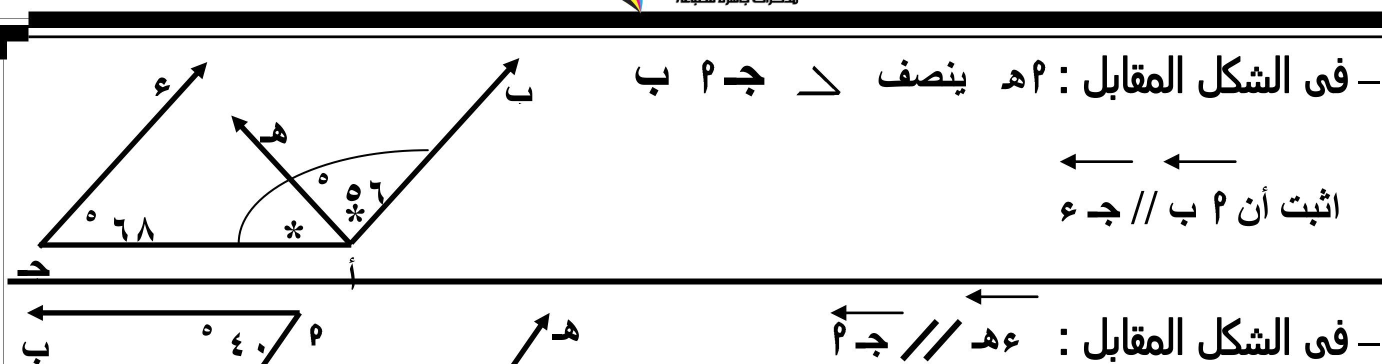
٥ – فى الشكل المقابل : ب س // ء ص

اثبت أن ا ء // ب جـ



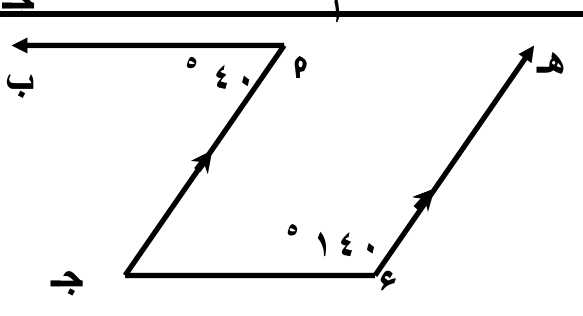
٦ – فى الشكل المقابل : ٩هـ ينصف ∠ جـ ٩ ب

اثبت أن ٩ ب // جـ ء



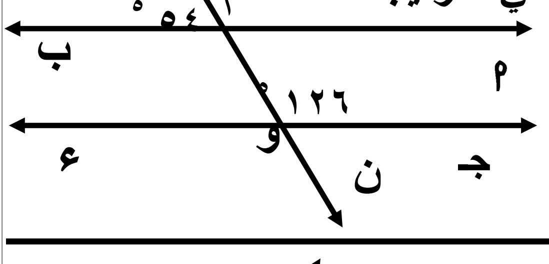
٧ – فى الشكل المقابل : ءهـ // جـ ٩

اثبت أن ٩ ب // جـ ء



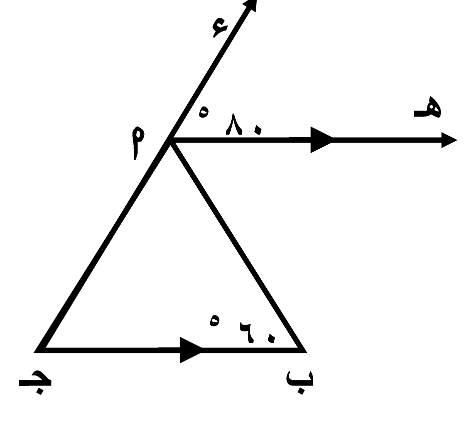
٨. فى الشكل المقابل : ن هـ يقطع ٩ ب ، جـ د في م،و علي الترتيب

اثبت أن ٩ ب // جـ ء



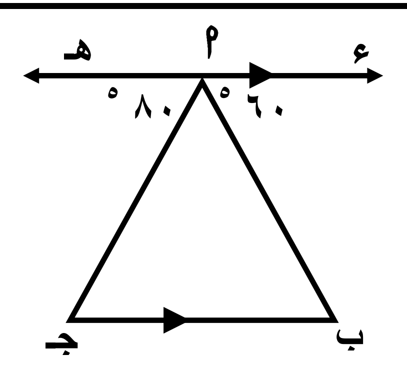
٩– فى الشكل المقابل : ٩ هـ // ب جـ

أوجد ق (جـ^) ، ق (هـ ٩^ ب) ، ق (ب ٩^ جـ)



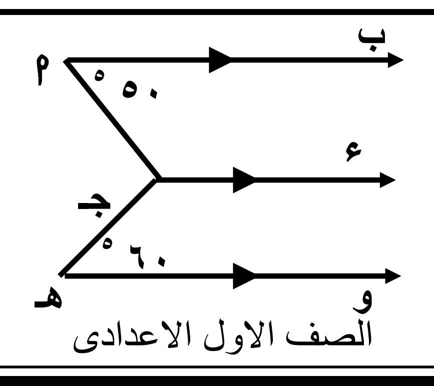
١٠ – فى الشكل المقابل : ء هـ // ب جـ

أوجد قياسات زوايا المثلث ٩ ب جـ



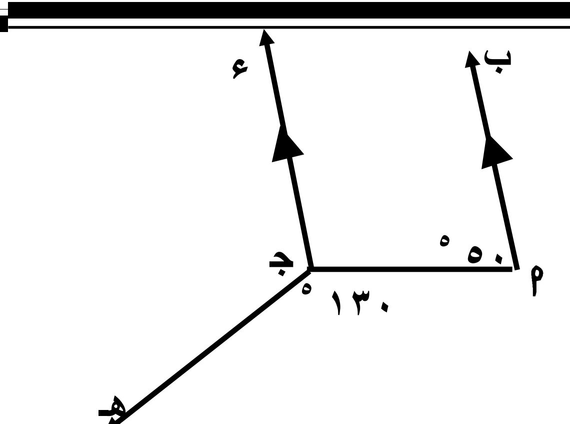
١١ – فى الشكل المقابل : ٩ ب // جـ ء // هـ و

أوجد ق (٩ جـ^ هـ)



١٢ – فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{م ب}$ // $\overleftarrow{جـ ء}$

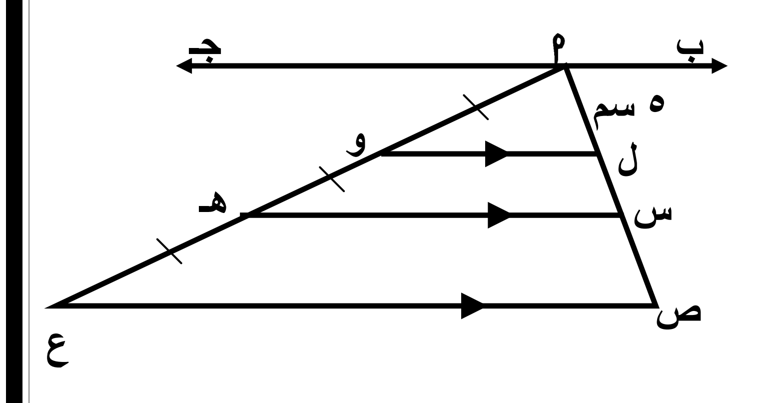
أوجد ق (ء جـ^ هـ)



١٣ – فى الشكل المقابل :

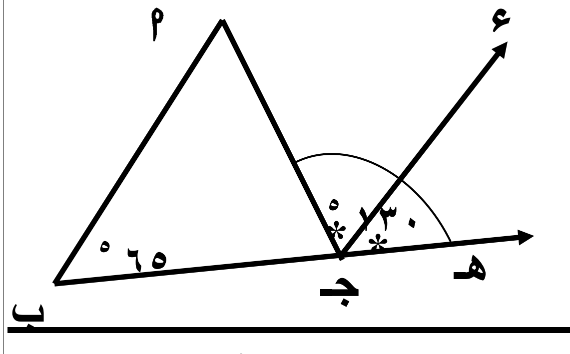
$\overleftrightarrow{ب جـ}$ // $\overline{و ل}$ // $\overline{س هـ}$ // $\overline{ص ع}$

أوجد طول $\overline{م ص}$



١٤ – فى الشكل المقابل : جـ ء ينصف ∠ م جـ هـ

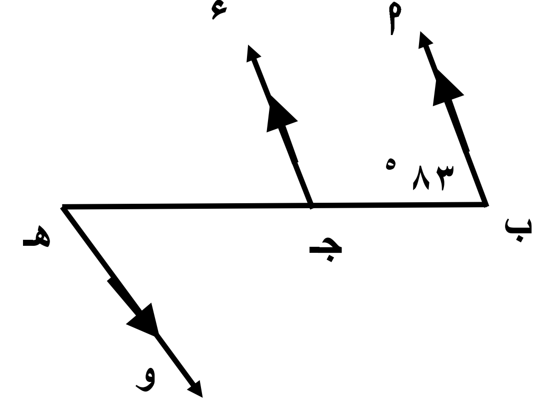
بين لماذا يكون $\overleftarrow{ب م}$ // $\overleftarrow{جـ ء}$



١٥- فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{ب م}$ // $\overleftarrow{جـ ء}$ ، $\overleftarrow{جـ ء}$ // $\overleftarrow{هـ و}$

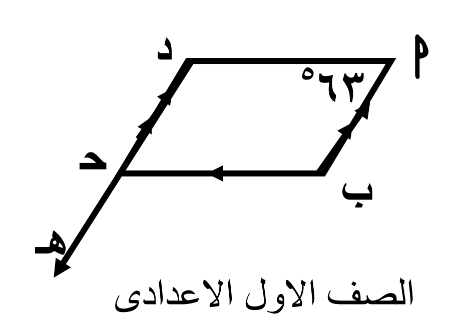
أوجد ق (جـ هـ^ و)



١٦- فى الشكل المقابل :

ب م // جـ ء ، م ء // ب جـ

أوجد ق (ب جـ^ هـ)





إنشاءات هندسية

١ ـ إنشاء منصف لزاوية معلومة

المطلوب : رسم منصف ∠ ٢ ب حـ بإستخدام الفرجار

خطوات العمل :

(١) نركز بسن الفرجار عند الرأس ب ، بفتحة مناسبة نرسم قوساً يقطع ٢ ب في س ، ٢ حـ في ص

(٢) نركز بسن الفرجار عند كل من س، ص و بنفس الفتحة أو فتحة أخرى مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان في ء

(٣) نرسم ب ء فيكون هو منصف ∠ ٢ ب حـ

لاحظ أن : ب ء هو محور تماثل للزاوية ٢ ب حـ

تدريب : ارسم زاوية راسها ٢ قياسها ١٢٠° ثم قسمها ٤ زوايا متساوية

٢ ـ تنصيف قطعة مستقيمة

المطلوب : انشاء محور تماثل للقطعة المستقيمة ٢ ب

خطوات العمل :

(١)نرسم ٢ ب نركز بسن الفرجار عند ٢ ، بفتحة مناسبة أكبر من نصف طول ٢ ب تقريباً نرسم قوسين من دائرة في جهتين مختلفتين من ٢ ب

(٢) نركز بسن الفرجار عند ب و بنفس الفتحة السابقة نرسم قوسين من دائرة في جهتي ٢ ب يتقاطعان مع القوسين السابقين في ء ، هـ

(٣) نرسم ء هـ فيقطع ٢ ب في حـ فتكون نقطة حـ منتصف ٢ب

٣ـ إنشاء عمود على مستقيم مار بنقطة تنتمي إلى المستقيم :

المطلوب رسم عمود على ٢ ب من النقطة جـ

خطوات العمل :

* نرسم ٢ ب ، نحدد النقطة حـ ∈ ٢ ب

* نركز بسن الفرجار عند حـ و بفتحة مناسبة نرسم قوسين من دائرة في جهتين مختلفتين من حـ يقطعان ٢ ب في ء ، هـ

* نركز بسن الفرجار عند كل من ء ، هـ و بفتحة مناسبة أكبر من طول حـ ء نرسم قوسين يتقاطعان في م

* نرسم م حـ فيكون م حـ ⊥ ٢ ب

تدريب :ارسم القطعة المستقيمة حـ ء طولها ٧ سم ثم ارسم المستقيم ل محور تماثل لها

٤ـ إنشاء عمود على مستقيم مار بنقطة لا تنتمى إلى المستقيم :

المطلوب : رسم مستقيم يمر بالنقطة جـ عموديا على ﻡب

خطوات العمل :

(١) نركز بسن الفرجار عند النقطة حـ و بفتحة مناسبة نرسم قوساً من دائرة تقطع ﻡب فى نقطتى س ، ص

(٢) نركز بسن الفرجار عند كل من س ، ص و بفتحة أخرى مناسبة أكبر من نصف طول س ص نرسم قوسين يتقاطعان فى هـ

(٣) نرسم حـ هـ فيكون عمودياً على ﻡ ب

٥ـ رسم مستقيم من نقطة معلومة مواز لمستقيم معلوم

المطلوب : رسم مستقيم يمر بالنقطة جـ ويوازي ﻡب

خطوات العمل :

(١) نرسم ﻡ ب ، نحدد النقطة حـ ∉ ﻡ ب

(٢)نرسم س ص يمر بنقطة حـ و يقطع ﻡ ب فى ص

(٣) نرسم عند حـ الزاوية س حـ ء فى وضع تناظر مع ∠ ﻡ ص س بحيث يكون :

∠ س حـ ء ≡ ∠ س ص ﻡ

٦ـ إنشاء زاوية قياسها يساوى قياس زاوية معلومة :

المطلوب : رسم ∠ ء هـ و بحيث : ق (∠ ء هـ و) = ق (∠ ﻡ ب حـ)

خطوات العمل :

(١) نرسم شعاعاً بدايته نقطة هـ ليمثل أحد ضلعى الزاوية المراد رسمها

(٢) نركز بسن الفرجار عند نقطة ب ، نرسم قوساً من دائرة يقطع الشعاعين ب ﻡ ، ب حـ عند ﻡ ، حـ على الترتيب ، بنفس الفتحة نركز سن الفرجار عند هـ ، نرسم قوساً من دائرة يقطع الشعاع عن ء

(٣) نركز بسن الفرجار عند ﻡ ثم نفتح الفرجار فتحة تساوى ﻡحـ ثم نركز بسن الفرجار عند ء و بنفس الفتحة السابقة نرسم قوساً يقطع القوس الأول فى و

(٤) نرسم هـ و فيكون : ق (∠ ء هـ و) = ق (∠ ﻡ ب حـ)